

**INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

ORGANDI MONGIN ROVETTA

**INTERAÇÕES EM SALA DE AULA E EM REDES SOCIAIS NO ESTUDO DE
SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO MÉDIO**

Vitória
2015

ORGANDI MONGIN ROVETTA

**INTERAÇÕES EM SALA DE AULA E EM REDES SOCIAIS NO ESTUDO DE
SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Vitória, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Sandra Aparecida Fraga da Silva

Vitória
2015

(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

R874i Rovetta, Organdi Mongin.

Interações em sala de aula e em redes sociais no estudo de sólidos geométricos no ensino médio / Organdi Mongin Rovetta. – 2015.

167 f. : il. ; 30 cm

Orientador: Prof.^a Dr.^a Sandra Aparecida Fraga da Silva

Dissertação (mestrado) – Instituto Federal do Espírito Santo, Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, 2015.

1. Redes sociais on-line. 2. Interação social. 3. Geometria sólida. 4. Visualização. I. Silva, Sandra Aparecida Fraga da. II. Instituto Federal do Espírito Santo. III. Título.

CDD- 21: 516.007



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Autarquia criada pela Lei nº 11.892 de 29 de Dezembro de 2008

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ORGANDI MONGIN ROVETTA

**INTERAÇÕES EM SALA DE AULA E EM REDES SOCIAIS NO ESTUDO DE
SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção de título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovado em 13 de Agosto de 2015

COMISSÃO EXAMINADORA

Profa. D.Ed. Sandra Aparecida Fraga da Silva

Instituto Federal do Espírito Santo

Orientadora

Prof. D.Ed. Alex Jordane de Oliveira

Instituto Federal do Espírito Santo

Prof. D.Ed. Rony Cláudio de Oliveira Freitas

Instituto Federal do Espírito Santo

Prof. D.Ed. Marcelo Almeida Bairral

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Autarquia criada pela Lei nº 11.892 de 29 de Dezembro de 2008

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ORGANDI MONGIN ROVETTA

ROVETTA, Organdi Mongin; SILVA, Sandra Aparecida Fraga da. **Geometria nas redes sociais: curta essa ideia!** Vitória: Ifes, 2015. (Série Guias Didáticos de Matemática, 23)

Produto final apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção de título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovado em 13 de Agosto de 2015

COMISSÃO EXAMINADORA

Profa. D.Ed. Sandra Aparecida Fraga da Silva

Instituto Federal do Espírito Santo

Orientadora

Prof. D.Ed. Alex Jordane de Oliveira

Instituto Federal do Espírito Santo

Prof. D.Ed. Rony Claudio de Oliveira Freitas

Instituto Federal do Espírito Santo

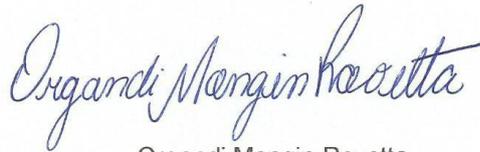
Prof. D.Ed. Marcelo Almeida Bairral

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

DECLARAÇÃO DA AUTORA

Declaro para os devidos fins de pesquisa acadêmica, didática e técnico-científica, que a presente dissertação pode ser parcialmente utilizada desde que se faça referência à fonte e à autora.

Vitória, 13 de agosto de 2015.



Organdi Mongin Rovetta

Aos meus pais, Daniel e Isabel; meu irmão, Tiago; meus bebês, amores da dinda, Júlia e Luis Fellipe.

Eu poderia falar todas as línguas que são faladas na terra e até no céu, mas, se não tivesse amor, as minhas palavras seriam como o som de um gongo ou com o barulho de um sino.

Poderia ter o dom de anunciar mensagens de Deus, ter todo o conhecimento, entender todos os segredos e ter tanta fé, que até poderia tirar as montanhas do seu lugar, mas, se não tivesse amor, eu não seria nada.

I CO 13, 1-2

AGRADECIMENTOS

Sou feliz por ter, ao meu lado, pessoas do bem e com elas compartilho a alegria da realização desse sonho. A todos vocês que me apoiaram, ajudaram e compreenderam, muito obrigada! Sem vocês, a caminhada teria sido muito difícil.

Obrigada, bom Deus, por sua infinita bondade e compaixão. Ter fé me permitiu acreditar que tudo vai sempre dar certo e que, debaixo do céu, há um tempo certo para cada coisa.

Aos meus pais, Daniel e Isabel, por me ensinarem o valor do estudo e a importância de amar o próximo. Meu pai, com sua simplicidade, ensinou-me a ser honesta e de bom caráter; minha mãe, meu anjo, suportou meus momentos de estresse com paciência e ternura, ajudando de diversas maneiras, entre as quais deixando comidinha pronta na minha geladeira, para que eu pudesse ter mais tempo para estudar.

Ao meu irmão, que, mesmo com seu silêncio, sei do seu carinho e amor por mim.

Aos meus pequenos afilhados, Júlia e Luís Fellipe, que me alegram com suas travessuras e brincadeiras, demonstrando o mais sincero e puro amor.

Aos meus parentes e amigos, entre os quais minha tia/Dinda Margarida e a prima/afilhada Lucieni, por estarem constantemente ajudando em tudo, tudo mesmo! A tia Maria, que me acolheu com tanto carinho em sua casa nos dias em que eu ficava em Vitória para estudar.

Aos meus colegas de trabalho, com quem convivo e aprendo a cada dia. Obrigada por cobrirem minhas aulas quando precisei faltar; pelo apoio, compreensão e incentivo. Às minhas pedagogas Carmelita e Demarlina, sempre vibrando com cada conquista, apoiando e incentivando meus trabalhos na escola. Também ao diretor Mateus, pela compreensão e flexibilidade de horário que me proporcionou para que eu pudesse fazer o mestrado.

Aos meus professores e colegas do EDUCIMAT, quanto aprendi com vocês! Não só conhecimento científico, mas também experiências de vida. O convívio com vocês contribuiu para que me tornasse uma professora melhor, mas principalmente um ser humano melhor. Vocês são muito importantes para mim.

À minha querida professora, orientadora e mãe-acadêmica Sandra Fraga, sempre com ideias criativas e inovadoras, a cara deste trabalho. Suas orientações foram muito além da dissertação: conselhos, dicas, ajudas, socorros por telefone, abraços, choros, risos. Quanto aprendizado em cada conversa! Conviver com você é apaixonar-se por geometria.

Aos membros da minha banca – Marcelo, Rony e Alex –, pelas contribuições. Marcelo, referência desta pesquisa, seus trabalhos foram leituras fundamentais para o desenrolar do trabalho. Alex e Rony, vocês fazem parte de minha caminhada desde o Multicurso Matemática. Que bom estarem comigo em mais esta etapa! Espero que venham muitas outras etapas com a participação especial de vocês.

À professora Dilza Côco, pelas conversas informais e sugestões para o trabalho.

À professora Dôra, que, bem antes do mestrado, nos projetos desenvolvidos pela SEDU, despertou em mim um novo olhar para a educação.

Ao Alessandro, sempre prestativo na resolução de todos os problemas. O que seria do EDUCIMAT sem você?

E, finalmente aos meus queridos alunos e ex-alunos. Quanta motivação vem de vocês! Aos alunos do terceiro ano de 2013, com os quais tudo começou: as primeiras ideias, as primeiras atividades utilizando rede social. Aos meus terceiros anos de 2014, que abraçaram a proposta de trabalho com tanta dedicação e a fizeram ser um sucesso. Vocês tornaram este trabalho lindo. Estarão sempre em meu coração.

Enfim, a todos vocês, meu carinho e agradecimento.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo analisar habilidades do pensamento geométrico construídas por alunos do ensino médio por meio de interlocuções propiciadas pela interação em sala de aula e em redes sociais durante o estudo de sólidos geométricos e desenvolve uma prática pedagógica utilizando a rede social Facebook como um espaço complementar à sala de aula. A proposta é integrar esses dois ambientes, de forma que o conteúdo estudado em um deles tenha continuidade no outro. Essa prática envolveu 89 alunos da terceira série do ensino médio de uma escola estadual na cidade de Iconha-ES. Foram 16 aulas presenciais, em que ocorreram variadas atividades envolvendo visualização de sólidos geométricos. Paralelamente a isso, o ambiente virtual, cujo acesso ocorreu fora do ambiente escolar, destaca a possibilidade de agregar outros recursos multimídia e também trabalhar com resolução de problemas, ponto forte da interação entre os alunos. Como embasamento teórico, a pesquisa recorreu a uma proposta de aprendizagem dialógica, apoiada em Freire. Acerca do processo de ensino-aprendizagem de geometria, fundamenta-se na forma como a teoria de Van Hiele explica a construção do pensamento geométrico dentro de cada nível e, como forma de ampliar as discussões sobre o nível inicial dessa teoria, que é a visualização, busca apoio nas concepções de Angel Gutiérrez. Quanto ao suporte sobre a utilização das tecnologias da informação e comunicação na educação matemática, com ênfase nas relações de interação em ambientes virtuais, os trabalhos de Marcelo Bairral, alguns dos quais em parceria com Arthur Powell, contribuem significativamente. Nesta pesquisa, que assume natureza qualitativa, a análise dos dados construídos ao longo do processo ocorreu em diferentes níveis e momentos, culminando na análise final, que teve por base as interações dos alunos no ambiente virtual, por meio das

quais foi possível identificar algumas habilidades do pensamento geométrico. A análise possibilitou concluir que inicialmente os alunos classificam os sólidos com base em sua aparência global, pois as habilidades necessárias para identificá-lo por meio de suas características são construídas lenta e implicitamente, até se tornarem conscientes. Por isso, a utilização de imagens em atividades de geometria é importante, principalmente na fase inicial, já que sem elas é preciso converter a informação abstrata em imagem visual. Desse modo, a pesquisa traz indicativos de que, quando estabelecida uma conexão com as atividades desenvolvidas em sala de aula, a interação, a aprendizagem e o envolvimento dos alunos são satisfatórios. O trabalho investigativo apresentado subsidiou a construção de um guia didático disponível na página do EDUCIMAT. O guia é destinado a professores de Matemática e tem por objetivo ser um material de apoio e servir de inspiração para a criação de novas atividades envolvendo visualização de sólidos geométricos mediante adaptações necessárias.

Palavras-chave: Redes sociais. Interação. Sólidos geométricos. Visualização.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ABSTRAT

This research aims to analyze skills of geometric thinking built by high school students through dialogues afforded by the interaction in the classroom and on social networks during the study of geometric solids and it develops a pedagogical practice using the Facebook social network as a space complementary to the classroom. The proposal is to integrate these two environments so that the contents studied in one of them has continuity to the other. This practice involved 89 students of the third year of high school in a public school in the city of Iconha-ES. There were 16 live classes where occurred varied activities involving geometric solids. Alongside that, the virtual environment, which access took place outside the school environment, it highlights the possibility of adding other multimedia resources and also work with problem solving, strong point of interaction between the students. As a theoretical basis, the survey used a proposal for dialogical learning, supported by Freire. About the teaching process and geometry learning, is based on the way the theory of Van Hiele explains the construction of geometric thinking within each level and as a way to broaden the discussion on the initial level of this theory, which is the visualization, seeks support in Angel Gutierrez conceptions. About the support on the use of information and communication technologies in mathematics education, with emphasis on the relationships of interaction in virtual environments, Marcelo Bairral works, some of them in partnership with Arthur Powell, contribute significantly. In this research, which takes qualitative terms, the data analysis built throughout the process occurred at different levels and times, culminating in the final analysis, which was based on the interactions of students in the virtual environment, through which it was possible to identify some skills of the geometric thinking. The analysis led us to conclude that students initially classify solids based on their overall appearance,

because the skills needed to identify it through its features are built slowly and implicitly, until they become aware. Therefore, the use of images in geometry activity is important, especially in the initial phase, because without them it is necessary to convert the abstract information image to visual image. Thus, the research brings indicative that when you establish a connection with the activities in the classroom, interaction, learning and student engagement are satisfactory. The investigative work presented subsidized the construction of a didactic guide available in EDUCIMAT page. The guide is meant for math teachers and aims to be a support material and serve as inspiration for the creation of new activities involving viewing of geometric solids on demand of necessary changes.

Keywords: Social Networks. Interaction. Geometric solids. Views.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Atividades desenvolvidas em cada ambiente	81
Quadro 2 – Habilidades para análise inicial dos dados	86

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Postagem sobre probabilidade na atividade piloto	78
Figura 2 – Comando da atividade no ambiente virtual	94
Figura 3 – Comandos da atividade sobre perspectiva.....	95
Figura 4 – Atividade sobre perspectiva	96
Figura 5 – Representação por meio da projeção ortogonal.....	98
Figura 6 – Exemplos de fotos em perspectiva forçada produzidas pelos alunos	98
Figura 7 – Realização de tarefas da apostila	100
Figura 8 – Postagem do problema “A peça que falta”	101
Figura 9 – Problema “Cubos Pintados”	103
Figura 10 – Questão do questionário sobre sólidos geométricos.....	106
Figura 11 – Questão para análise da habilidade 2	108
Figura 12 – Problema “O quebra-cabeça da letra H”, postado no Facebook	110
Figura 13 – Problema “A peça que falta”, postado no ambiente virtual.....	113
Figura 14 – Cálculos feitos pelos alunos	119
Figura 15 – Esqueleto do cubo.....	119
Figura 16 – Postagem da atividade de revisão	121
Figura 17 – Anexo de atividade no ambiente virtual.....	121

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Habilidades do pensamento geométrico.....	107
Gráfico 2 – Habilidades relacionadas à visualização	116
Gráfico 3 – Habilidades relacionadas à análise.....	125
Gráfico 4 – Opinião dos alunos sobre sua participação nos ambientes	130

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Perfil das turmas pesquisadas.....	68
Tabela 2 – Alunos pesquisados	70
Tabela 3 – Perfil dos alunos que participaram da investigação.....	71

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	A TRAJETÓRIA PROFISSIONAL DA AUTORA.....	20
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	23
1.3	PROBLEMÁTICA.....	29
1.4	OBJETIVOS.....	30
1.5	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO.....	30
2	INTERAÇÕES E APRENDIZAGENS COM USO DE TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO	33
2.1	TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA.....	34
2.2	AS RELAÇÕES DE INTERAÇÃO EM AMBIENTES VIRTUAIS E A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA.....	40
2.3	A APRENDIZAGEM DIALÓGICA EM DIFERENTES AMBIENTES.....	44
3	O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA	49
3.1	UMA BREVE ABORDAGEM SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA.....	50
3.2	A TEORIA DE VAN HIELE E A APRENDIZAGEM GEOMÉTRICA.....	54
3.3	VISUALIZAÇÃO E CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO....	60
4	POSTANDO O CAMINHO PERCORRIDO NA PESQUISA	64
4.1	O LOCAL DA PESQUISA: FAZENDO <i>CHEK IN</i> E CONHECENDO O AMBIENTE.....	64
4.2	O PÚBLICO PESQUISADO: ADICIONANDO AMIGOS.....	67
4.3	AS ETAPAS DA PESQUISA: ATUALIZANDO O <i>FEED</i> DE NOTÍCIAS.....	72
4.4	A ATIVIDADE PILOTO: CRIANDO UM EVENTO.....	75
4.5	COMENTANDO A PROPOSTA DE TRABALHO INTEGRANDO OS DOIS AMBIENTES.....	79
4.6	ORGANIZAÇÃO PARA ANÁLISE DOS DADOS.....	84
5	NAVEGANDO PELAS ATIVIDADES E ANALISANDO AS INTERAÇÕES E HABILIDADES DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO	88
5.1	COMPARTILHANDO AS ATIVIDADES MAIS CURTIDAS.....	89
5.1.1	Explorando os sólidos geométricos	90
5.1.2	Representando poliedros em perspectiva	95

5.2	COMPARTILHANDO ALGUMAS INTERLOCUÇÕES VIRTUAIS.....	102
5.3	COMENTANDO OS DESDOBRAMENTOS DA PESQUISA.....	117
5.4	CURTINDO OS COMENTÁRIOS DOS ALUNOS.....	126
6	PRODUTO EDUCACIONAL.....	134
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	136
	REFERÊNCIAS.....	142
	ANEXOS.....	148
	ANEXO A.....	149
	Cartas de apresentação do projeto de pesquisa.....	149
	ANEXO B.....	150
	Autorização do diretor da escola.....	150
	ANEXO C.....	151
	Modelo do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido	151
	ANEXO D.....	152
	Apostila sobre perspectiva.....	152
	ANEXO E.....	158
	Partes do jornal elaboradas por alunos para o trabalho de	
	Sociologia.....	158
	APÊNDICES.....	160
	APÊNDICE A.....	161
	Tabela para entrevista com os alunos do 3.º ano.....	161
	APÊNDICE B.....	162
	Questionário referente à percepção dos alunos.....	162
	APÊNDICE C.....	163
	Questionário sobre sólidos geométricos.....	163
	APÊNDICE D.....	165
	Questionário final sobre sólidos geométricos.....	165

1 INTRODUÇÃO

Atualmente pessoas do mundo inteiro recorrem à *internet* para pesquisar, comunicar-se, trabalhar, estudar, entre outras finalidades. Esse público, constituído de pessoas de diferentes idades e classes sociais, tem aumentado a cada ano, assim como a quantidade de espaços virtuais destinados à comunicação. As redes sociais fazem parte da vida de grande parte da população e sua utilização não se limita à comunicação. Não há como ignorar a influência que as redes sociais exercem na vida das pessoas, bem como o tempo diário que elas navegam nesses ambientes. Então, porque não aliar esse ambiente virtual às práticas educacionais? Por meio da utilização de redes sociais, por exemplo, o aluno pode multiplicar o conhecimento para sua teia social e o professor, por sua vez, utilizar a plataforma como um canal para compartilhar informações e aprofundar os temas discutidos em sala de aula.

Falar sobre tecnologias educacionais implica uma ruptura com o modelo tradicional de educação, centrado no professor, e uma reflexão sobre as novas relações que podem ser estabelecidas com o saber. De acordo com Bairral (2009), a aprendizagem matemática desenvolvida em ambientes virtuais é um processo de trabalho em que os interlocutores interagem colaborativamente com diferentes artefatos e em distintas situações de aprendizagem que propiciam a construção do conhecimento.

Nessa perspectiva é que se desenvolve a pesquisa de mestrado em questão, que tem como foco a utilização pedagógica das redes sociais como um espaço complementar a sala de aula. O propósito é estabelecer uma relação entre ambiente presencial (sala de aula) e ambiente virtual (rede social), a fim de propiciar interação entre os envolvidos, além de oportunizar a utilização de outros recursos multimídias.

Torna-se relevante destacar que a escolha pelo conteúdo “sólidos geométricos” se deve à preocupação com a abordagem que é dada à geometria, visto que a predominância do raciocínio algébrico em detrimento das atividades que exploram a visualização ainda está muito presente nas escolas. Ademais, ao fazer uma abordagem sobre o ensino da geometria, não é difícil identificar outras carências.

1.1 A TRAJETÓRIA PROFISSIONAL DA AUTORA

Discorrer sobre minha trajetória profissional me faz lembrar alguns sonhos, entre os quais o de fazer mestrado. Que felicidade chegar ao final do curso e ver que valeu a pena! A cada dia reafirmo a certeza de que ser professora foi uma das escolhas mais felizes que fiz para minha vida.

Ser um professor comprometido com a educação é uma tarefa que exige postura de constante mudança, da busca pelo melhor, pelo crescimento próprio e dos outros (alunos). E é assim que me sinto: em constante mudança. Muita coisa já mudou, principalmente a forma de olhar para minhas aulas. Hoje vejo a importância de o professor ser também um pesquisador da própria prática. Por isso, não pretendo parar por aqui.

Vamos voltar um pouquinho no tempo...

Em 2001, iniciei a graduação em Ciências – habilitação em Matemática¹ – na Faculdade São Camilo, em Cachoeiro de Itapemirim-ES. Minha primeira experiência como professora foi com os anos finais do ensino fundamental, quando ainda estava no primeiro período da faculdade. Desde então, permaneço na educação. Além de lecionar ao ensino fundamental, atuei na educação de jovens e adultos e no ensino médio. No decurso dos quatro anos de faculdade, trabalhei em escolas da rede municipal de Iconha, cidade onde resido atualmente.

Logo depois de terminar a faculdade, iniciei um curso de especialização em Matemática pela Faculdade da Região dos Lagos/RJ. Em 2007, comecei a atuar no ensino médio. Pouco tempo depois, prestei concurso público e assumi como professora efetiva da rede estadual do Espírito Santo, continuando na mesma escola em que já atuava.

Minha efetivação abriu portas para outras oportunidades profissionais, entre as quais a de participar como professor referência de Matemática no processo de

¹ Ao nos referirmos à palavra *matemática*, utilizaremos inicial minúscula quando ela assumir função adjetiva e maiúscula, quando sua função for substantiva.

reformulação do currículo das escolas estaduais do Espírito Santo e na elaboração dos cadernos sobre Ciência, Tecnologia e Sociedade (CTS), ambos organizados pela Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo (SEDU). Ainda pela Secretaria Estadual de Educação, participei da construção do guia de intervenção pedagógica elaborando sequências didáticas de Matemática.

Por meio dos projetos citados, tive contato com pesquisadores da área de educação e isso me fez ampliar a visão que tinha sobre a educação matemática. Recordo-me que a primeira vez que ouvi falar na teoria de Van Hiele (uma das teorias que fundamenta esta pesquisa) foi em uma dessas capacitações com a professora Maria Auxiliadora Vilela Paiva. Desde então, comecei a olhar a geometria com mais atenção.

Outra experiência importante foi a participação na oficina de elaboração de itens para a prova do Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES), ofertado pelo Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação, da Universidade Federal de Juiz de Fora/MG (CAEd/UFJF) em parceria com a SEDU. Após a oficina, integrei, por um ano, a equipe de professores elaboradores de itens do CAEd.

Entre as oportunidades que abracei ao longo de minha carreira de professora, não poderia deixar de mencionar o Multicurso Matemática. Fui cursista durante quatro anos e assumi também a função de coordenadora de grupos de estudo. Em uma das etapas do Multicurso, atuei como professora mediadora em ambiente virtual de aprendizagem e foi aí que começou a minha experiência profissional com rede social.

As experiências relatadas foram primordiais para meu crescimento profissional e me fizeram ver que atuar na educação envolve muito mais que a sala de aula. O professor tem que ser um pesquisador da própria prática em constante busca pelo conhecimento, pelas melhores formas de mostrar a relação teoria e prática dos conteúdos que ensina/aprende. Ele deve ter uma visão geral, e não fechada em sua disciplina; deve buscar estabelecer conexão dos conteúdos de sua disciplina entre si e com os de outras disciplinas e, acima de tudo, ter um potencial inovador que

desperte o interesse do educando para a aprendizagem.

Como professora de Matemática, sempre que possível, recorro a metodologias e recursos diferenciados. Até que um dia veio a ideia de utilizar o Facebook em minhas aulas. Amadureci essa ideia e, ao iniciar o ano letivo de 2013, compartilhei com meus alunos do terceiro ano. Eles foram bem receptivos e abraçaram esse desafio comigo. Poucas semanas depois, elaboramos nosso roteiro de trabalho, quando montamos os grupos e eles deram opiniões sobre como seria feito o trabalho, bem como os temas que seriam envolvidos, alguns dos quais relacionados com os conteúdos estudados em sala de aula naquele período.

Inicialmente, o grupo de alunos foi dividido em 12 grupos e cada um teve a tarefa de escolher um dos temas estabelecidos, criar e administrar uma página no Facebook. Administrar consistia em fazer publicações relevantes, mediar discussões, incentivar a participação dos membros e interagir. Além disso, cada aluno deveria navegar nas outras páginas e participar de discussões, ler, comentar e interagir com os colegas. As páginas envolviam temas relacionados à Matemática, entre os quais Matemática Financeira, Geometria Espacial, Desafios Matemáticos, Matemática e Humor, A Matemática no ENEM e Matemática e Literatura.

Além de mim, a professora de língua portuguesa também participou dessa atividade e tínhamos a função de mediar discussões: eu orientava os conteúdos envolvidos e ela a escrita. Os alunos participaram intensamente, a aceitação foi total e até mesmo os demais alunos da escola, os professores e a comunidade foram envolvidos, pois as páginas eram abertas. A repercussão na pequena cidade foi bem positiva e até demos uma entrevista ao vivo para a rádio local. Essa estratégia propiciou a interação entre os alunos e ampliou as discussões para além da sala de aula. Tenho que registrar aqui o meu carinho e agradecimento aos meus alunos daquele ano e também à professora Izabel Maria Moneque Correia (professora de língua de portuguesa), pois foi com eles que tudo começou.

Paralelamente ao momento em que desenvolvia essa atividade, iniciava-se o processo seletivo do Mestrado Profissional em Educação de Ciências e Matemática (EDUCIMAT) do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES). E aí veio a ideia: por que

não transformar essa prática pedagógica num projeto de pesquisa? E assim fiz. Comecei uma busca por textos que me dessem suporte para escrever o projeto.

Obviamente, após o ingresso no curso, o projeto inicial foi aprimorando-se e sendo construído com base em muito estudo e leitura. Algumas dessas leituras constam na revisão bibliográfica, a seguir.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Buscamos trabalhos na área de ensino e aprendizagem de geometria e tecnologias da informação e comunicação que tivessem relação com a proposta de investigação desta dissertação. Há trabalhos maiores, como livros e dissertações, mas também há artigos publicados e apresentados em congressos na área de educação.

Entre os livros, destacamos *Informática e educação matemática*, de Marcelo Borba em parceria com a Mirim Penteado (2010). Pesquisador sobre a utilização da informática na educação, outros livros dele também foram importantes para aprofundamento de alguns temas que esta pesquisa envolve. O livro citado foi organizado em seis capítulos, a saber: programas governamentais de implementação da informática na escola; algumas experiências em educação matemática; a reorganização do pensamento e o coletivo pensante; implicações para a prática docente; interação à distância; possibilidades, limites e acesso. Entre esses capítulos, chamamos a atenção para a discussão sobre o coletivo pensante, apresentada no terceiro capítulo, e sobre a interação a distância, abordada no quinto capítulo, já que a pesquisa discute interações em espaços virtuais paralelos à sala de aula. Sobre o coletivo pensante, Borba e Penteado (2010) explicam que a perspectiva histórica sugere que os seres humanos são constituídos de técnicas que estendem e modificam seu raciocínio e simultaneamente são transformados por essas técnicas. Ademais, os autores destacam que o conhecimento só é produzido com uma determinada mídia ou com uma tecnologia da inteligência. Diante disso, o conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias, e não por seres humanos solitários. Sobre as interações à distância, os autores argumentam que as tecnologias da inteligência disponíveis até os anos 1970 possibilitavam um tipo de educação a distância baseada no envio do material escrito

por um professor para um grupo de alunos em determinadas regiões, sendo estabelecida, dessa maneira, uma relação assíncrona, ou seja, não havia uma interação sincronizada entre professor e aluno.

Numa interação via *internet*, atualmente é possível integrar áudio e vídeo, e a oralidade e a escrita desempenham papéis importantes. Com o advento dos *chats* e *e-mails*, surge uma nova forma de escrita, que é uma característica marcante das práticas de educação a distância. Desse modo, por meio de uma comunidade que pensa determinados problemas coletivamente é possível superar, em alguns aspectos, a distância física.

Entre as dissertações, destacamos duas: uma analisa o trabalho de alunos em ambiente virtual e em sala de aula, visando integrá-los e, mesmo não aprofundando nas relações de interação estabelecidas no ambiente virtual, a autora destaca que essas relações têm influência no processo de ensino e aprendizagem; a outra relata um trabalho com geometria, tendo como foco a visualização de sólidos. Descrevemos sucintamente cada uma delas a seguir.

A dissertação de mestrado *Sala de aula presencial e ambiente virtual de aprendizagem: investigando interações de alunos do ensino médio, a partir de uma proposta diferenciada no estudo da Matemática*, de Adriana Magedanz (2009), tem como premissa o seguinte problema: as inter-relações estabelecidas na tríade aluno-internet-professor, por meio da utilização de um ambiente virtual de aprendizagem, podem influenciar o estudo de Matemática de estudantes do ensino médio regular em sala de aula presencial? Sendo assim, a proposta de trabalho da autora foi utilizar a Web como uma extensão da sala de aula com o objetivo de averiguar a possibilidade de envolvimento expressivo dos alunos do ensino médio regular em discussões de Matemática, quando estas aconteciam paralelamente em sala de aula presencial e em um ambiente virtual de aprendizagem. Para isso, a pesquisadora desenvolveu atividades de geometria nos dois ambientes com 16 alunos do terceiro ano do ensino médio de uma escola estadual do Rio Grande do Sul. Houve uma seleção de ambientes virtuais, dentre os quais foi escolhido o TelEduc, que é um *software* livre desenvolvido pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Nesse ambiente, foi criado o espaço *Ensino médio presencial e ambiente virtual de*

aprendizagem: uma estratégia no estudo da geometria. A primeira atividade foi um fórum e depois *chat* para promover o diálogo dos alunos no ambiente. Um desses diálogos resultou num problema que foi levado para sala de aula. As demais atividades prosseguiram nessa perspectiva de estabelecer relação da sala de aula com o ambiente virtual e vice-versa. Os dados foram coletados por meio do material depositado no TelEduc e, para sua análise, foram construídas tabelas mostrando a frequência de acesso ao ambiente, a interação no ambiente e deste com a sala de aula.

Segundo a autora, foi possível constatar que as inter-relações estabelecidas na tríade aluno-internet-professor têm poder de influência no estudo de Matemática, pois os alunos demonstraram mais comprometimento nos dois ambientes.

Outra dissertação mencionada tem por título *Uma alternativa para o ensino de geometria: visualização geométrica e representação de sólidos no plano*, na qual Becker (2009) tem por objetivo elaborar uma sequência didática para trabalhar a representação de objetos tridimensionais no plano. As atividades foram testadas com alunos do terceiro ano do ensino médio. A atividade de destaque foi a caixa de Becker, de criação do autor, em que os alunos tinham interação com os sólidos por meio do tato. Inicialmente foi realizado um plano piloto para posterior seleção das atividades que comporiam a sequência didática final. Sendo assim, foram escolhidos dois tópicos para serem trabalhados com os alunos: a habilidade de representar sólidos em perspectiva e o desenvolvimento da imagem mental.

Essas habilidades foram abordadas por meio de cinco atividades: a primeira atividade teve por objetivo introduzir o uso do papel isométrico e, para isso, foram apresentadas aos alunos duas composições de cubos para serem desenhadas; já na segunda atividade, os alunos deveriam criar um sólido utilizando uma composição de cubos e, depois disso, desenhá-lo em papel isométrico. Além disso, foi solicitado que eles identificassem os tipos de faces desses sólidos; na terceira atividade, os alunos tiveram que reproduzir no papel a planificação de um determinado sólido construído e representado em papel isométrico; a quarta atividade foi de criação do autor, a que ele denominou caixa de Becker; para essa tarefa os alunos tinham que desenhar o sólido sem vê-lo, tendo interação apenas

pelo tato; para a quinta atividade, os alunos receberam um sólido para que o desenhassem em algumas posições diferentes.

Para análise dos dados foram utilizadas as teorias de Van Hiele, Gutierrez e Piaget, por meio das quais Becker (2009) pôde concluir que as atividades auxiliaram os alunos no desenvolvimento de sua capacidade de visualização geométrica. O autor ainda relata que, após a aplicação das atividades, foi retomado o conteúdo programático da disciplina, que seria o cálculo de medidas de área e volume, e que os alunos apresentaram muita facilidade, pois compreendiam a forma da figura e associavam as informações com os elementos da figura.

Diversos foram os motivos que nos levaram a utilizar a dissertação do Marcelo Becker como base de estudo, mas o principal deles é o fato de Becker (2009) apresentar uma série de atividades práticas apoiadas na visualização. Foi um dos primeiros trabalhos lidos que ajudaram bastante a organizar as atividades que seriam aplicadas em sala de aula. Além disso, as atividades de visualização geométrica propostas pelo autor têm Gutiérrez como referência, que também é uma das referências nesta dissertação.

Outros trabalhos, mesmo não sendo dissertações, teses ou livros, foram significativos por trazerem propostas muito próximas às desta pesquisa. Entre eles, destacamos dois apresentados no III Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia (SINECT). Um deles é o artigo *O Facebook enquanto plataforma de ensino*, no qual Fumiane e Rodrigues (2012) argumentam que a referida plataforma potencializa a disseminação de informação e conhecimento de forma dinâmica e diversificada. No trabalho, eles discorrem tecnicamente sobre a plataforma e suas vantagens para o processo de ensino e aprendizagem e sobre o papel do professor. Os autores evidenciam como potencialidade da rede social Facebook o fato de ela oferecer uma plataforma de interação gratuita e seus recursos serem funcionais, o que constitui peças relevantes para o uso desse meio como ferramenta de ensino, permitindo a troca de informações e experiências em tempo real. A pesquisa foi de natureza qualitativa e tratou de um perfil educativo criado na rede para troca de experiências. O grupo concluiu que é necessário diversificar as metodologias a fim de garantir um aprendizado mais dinâmico e que as tecnologias têm um importante

papel nesse processo.

Já o outro trabalho apresentado no III SINECT tem como título *Contribuições e desafios da internet para a educação básica e superior: uma experiência didática*. Nele, Souza et al. (2012) levantam os pontos positivos e as dificuldades encontradas no que diz respeito à utilização da *internet* como recurso pedagógico. Para isso, os pesquisadores realizaram oficinas com foco em algumas experiências virtuais de aprendizagens. Essas oficinas foram realizadas com acadêmicos de mestrado e doutorado de áreas distintas, nas quais, em grupos, analisaram as possibilidades de utilização da *internet* como ferramenta de ensino e aprendizagem nos variados níveis e identificaram os pontos positivos e negativos, a relevância do uso da *internet* nas atividades escolares e a importância de cada experiência vivida por eles na oficina.

De acordo com Souza et al. (2012), há questões importantes no tocante ao uso das tecnologias, tais como a possibilidade de interação à distância, a rápida vinculação de informações, o intercâmbio de ideias e a reconfiguração da relação professor e aluno. Porém, o professor precisa repensar sua prática e preparar-se para ser um mediador no processo de aprendizagem, conduzindo os alunos a novas descobertas. Ao concluírem o trabalho, Souza et al. (2012) destacam que, com relação à utilização das ferramentas disponíveis na *internet*, as atividades devem integrar tecnologias e metodologias e promover reflexões sobre um determinado tema de estudo. Além disso, verifica-se a importância do papel do professor como mediador e orientador, pois é função do professor possibilitar variações do ambiente de aprendizagem e propor atividades em níveis distintos de dificuldades, desafiar a curiosidade e despertar o interesse dos educandos.

Mais um dos trabalhos em que fica evidente a estreita relação com esta pesquisa, é o artigo *O ensino da Matemática no ensino médio com o uso de blogs*, de Isabel Cristina Rorig Saviscki (2013). No artigo, a autora apresenta os resultados do uso de um *blog* no ensino de trigonometria na segunda série do ensino médio. No mesmo período em que a professora abordava o conteúdo trigonometria em sala de aula, os alunos, em grupos, utilizavam os recursos da *internet* para conhecer a história da trigonometria, compreender conceitos ou aplicações antigas ou atualizadas. Os

resultados da pesquisa dos grupos foram postados em um *blog* criado para a disciplina e administrado pela professora. Por meio dessa dinâmica os demais grupos puderam ter acesso à pesquisa de um grupo específico e postar seus comentários, interagindo assim com os colegas e com a professora. A etapa seguinte foi a resolução de um problema de trigonometria, a distância, em que os alunos deveriam escrever o procedimento de resolução. De acordo com Saviski (2013, p. 11), “essa atividade oportunizou novas relações entre professor e estudante, deixando de ser somente o presencial a etapa relevante para da aprendizagem”. A autora conclui que houve um significativo aprendizado matemático com essa atividade, pois a descrição da resolução do problema feita pelos alunos favoreceu o desenvolvimento cognitivo, decorrente da organização do pensamento matemático na elaboração algébrica da solução. Ainda de acordo com Saviski (2013), as tecnologias digitais e os ambientes virtuais em conjunto com a prática de sala de aula fomentam diferentes situações de aprendizagem.

Uma recente pesquisa sobre a teoria de Van Hiele diz respeito ao ensino e aprendizagem de poliedros regulares e foi apresentada no XI Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). No trabalho *Ensino e aprendizagem de poliedros regulares via teoria de Van Hiele com Origami*, Ferreira (2013) detalha os níveis e as fases da referida teoria e sugere uma sequência de atividades a serem realizadas com alunos do nono ano do ensino fundamental. O foco da autora estava em trabalhar o conteúdo seguindo as fases de aprendizagem da teoria e, para isso, inicialmente ela aplicou um teste para situar os alunos entre os níveis 1 e 3. Em seguida, desenvolveu atividades que tiveram por objetivos distinguir figuras planas e espaciais, reconhecer determinadas propriedades dos polígonos e diferenciar polígonos regulares e irregulares. Dando continuidade, a autora aborda técnicas necessárias para a confecção dos módulos individuais dos origamis que serviram de base para os poliedros. No intuito de situar os alunos no nível de dedução formal da teoria de Van Hiele, a autora propôs um roteiro para aprendizagem de poliedros regulares explorando as fases de orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração. Na sequência, a atividade foi explorar ângulos poliédricos e, por fim, construir poliedros regulares utilizando os origamis construídos numa etapa anterior. A autora enfatiza que um dos maiores desafios encontrados pelos professores, ao abordarem a geometria espacial, é a dificuldade de os alunos desenvolverem uma

percepção visual. Por isso, o trabalho que ela desenvolveu visava melhorar a compreensão de conceitos geométricos espaciais no ensino médio. Diante da prática realizada, a autora concluiu que a teoria de Van Hiele, aplicada à aprendizagem da geometria plana, se mostrou possível para o desenvolvimento de conceitos geométricos relativos à geometria espacial.

A maior parte dos estudos que utilizam a teoria de Van Hiele como base é desenvolvida com tópicos de geometria plana. O trabalho relatado mostra, contudo, que essa teoria também pode ser aplicada à geometria espacial, como esta pesquisa se propõe a fazer.

1.3 PROBLEMÁTICA

A educação vive uma era em que os alunos são indivíduos interconectados pelas informações. Nesse contexto, é evidente que a relação com o conhecimento também passa por muitas mudanças, já que o saber não é mais uma relação de um para muitos (professor para alunos), mas de muitos para muitos, quando a aprendizagem é um processo dialógico facilitado pela interação entre os envolvidos.

Ao pensarmos no processo de ensino e aprendizagem de geometria, abordagem deste trabalho, refletimos como as tecnologias podem ser importantes nesse processo. Ao concebermos uma aprendizagem geométrica que tenha como base a visualização, por exemplo, podemos recorrer a alguns *softwares* de geometria dinâmica para facilitar certas tarefas.

Lévy (2010, p. 174) explica: “O uso crescente das tecnologias digitais e das redes de comunicação interativa acompanha e amplifica uma profunda mutação na relação com o saber”. Diante disso, surgem novos modelos de espaços de conhecimento, centrados na interação, sendo esta um propício recurso para análise do desenvolvimento do pensamento matemático.

Diante disso, é pertinente questionar: Quais habilidades do pensamento geométrico são construídas por alunos do ensino médio com base em interlocuções propiciadas pela interação em sala de aula e em redes sociais?

1.4 OBJETIVOS

A investigação tem por principal objetivo analisar habilidades do pensamento geométrico construídas por alunos do ensino médio com base em interlocuções propiciadas pela interação em sala de aula e em redes sociais durante o estudo de sólidos geométricos.

Os objetivos específicos são os seguintes:

- Descrever o processo de interação entre as atividades envolvendo sólidos geométricos desenvolvidas em sala de aula e em redes sociais.
- Identificar habilidades do pensamento geométrico construídas e explicitadas por alunos durante interações e resoluções de atividades na aprendizagem de sólidos geométricos.
- Relacionar habilidades do pensamento geométrico dos alunos com os tipos de interlocuções desenvolvidas em sala de aula e em redes sociais.
- Analisar percepções de alunos sobre a dinâmica metodológica para aprendizagem de geometria integrando ambientes de sala de aula e redes sociais.

1.5 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Este texto está dividido em sete capítulos, da seguinte forma: o segundo e terceiro capítulos compreendem as bases teóricas que fundamentam as discussões desta pesquisa; o quarto diz respeito às questões metodológicas; o quinto aborda discussões e análises sobre os dados construídos ao longo do processo; o sexto relata o produto educacional e o sétimo apresenta as considerações finais.

No segundo capítulo, são estabelecidas relações entre as tecnologias da informação e comunicação e a educação matemática, evidenciando as interação em ambientes virtuais e a aprendizagem construída por meio delas, destacando ainda a importância de um processo dialógico de ensino e aprendizagem, em ambientes tanto virtuais como presenciais.

O terceiro capítulo trata do ensino de geometria e suas mudanças ao longo do tempo, culminando em discussões atuais sobre o processo de ensino e aprendizagem de geometria e tendo por cenário a teoria de Van Hiele e a importância da visualização para a construção do pensamento geométrico.

No quarto capítulo, tratamos das questões envolvidas na aplicação das atividades em sala de aula e no ambiente virtual. Para isso, foi feita uma abordagem sobre a escola em que a pesquisa foi realizada; as turmas e os alunos envolvidos; as etapas que compreenderam a pesquisa em conjunto; a atividade piloto que foi realizada para que os alunos se inteirassem da proposta de trabalho; a proposta de trabalho integrando os dois ambientes; e a organização dos dados construídos ao longo do processo.

No quinto capítulo, são apresentadas discussões com base nos dados construídos ao longo do processo, bem como a análise deles, que foi dividida em quatro partes: a primeira descritiva e com base nas atividades selecionadas; a segunda com base nas interlocuções virtuais dos alunos e nas habilidades do pensamento geométrico, identificadas por meio delas; a terceira também descritiva, porém como um desdobramento do trabalho desenvolvido no período da realização das atividades em sala de aula; a quarta com base na percepção dos alunos sobre a metodologia de trabalho desenvolvida.

O sexto capítulo apresenta a estruturado guia didático, construído como produto final, que se compõe de algumas das atividades desenvolvidas durante a pesquisa. Finalizando o texto, o sétimo capítulo traz conclusões do trabalho e perspectivas futuras desta pesquisa.

No primeiro momento da introdução deste trabalho, utilizo o verbo na primeira pessoa do singular, pois se trata do relato de minha trajetória pessoal e acadêmico-profissional. Após esse relato, utilizo o verbo na primeira pessoa do plural, pois reconheço a participação de outro(s) no processo de elaboração do trabalho, em particular a da minha orientadora e dos integrantes do grupo de pesquisa a que estou vinculado. No capítulo 4, que trata de questões metodológicas, as discussões referentes às atividades aplicadas por mim em sala de aula voltam a ser escritas na

primeira pessoa do singular.

Também é importante dizer que, por se tratar de um trabalho que aborda redes sociais, foram utilizados, nos títulos de alguns capítulos, termos da linguagem utilizada nesses ambientes virtuais.

2 INTERAÇÕES E APRENDIZAGENS COM USO DE TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO

Ao falar em tecnologia, é comum que muitas pessoas a associem apenas a aparatos eletrônicos, restringindo-se assim a uma visão tecnicista. Segundo o dicionário da língua portuguesa Ferreira (2001), tecnologia se refere a um “conjunto de conhecimentos, especialmente princípios científicos, que se aplicam a um determinado ramo de atividade”. Para Fourez (1995 apud RUI, 2012), a ciência é uma tecnologia intelectual, pois tecnologia não é simplesmente um instrumento, mas também uma organização social que está ligada a projetos humanos.

Ao analisarmos as concepções acima, compreendemos que a tecnologia pode ser vista como algo que aparece diante de um problema a ser resolvido e que visa facilitar uma determinada tarefa, tornando-a mais rápida ou agradável.

Pensando na educação, giz, caderno, quadro e livro também são tecnologias, porém tradicionais. As tecnologias educacionais mais recentes compreendem alguns artefatos, como quadro digital, computador, celular, DVD, entre outros. Mais recente ainda são as tecnologias provenientes da utilização do computador, como a *internet*, os *softwares* e os espaços virtuais de comunicação (*blogs, chats, redes sociais*). Segundo Lévy (1993 apud BORBA; PENTEADO, 2010) a história das mídias sempre esteve entrelaçada com a história da própria humanidade e a oralidade, a escrita e a informática são três grandes técnicas que estão associadas à memória e ao conhecimento.

Nesse contexto, tratamos da utilização das tecnologias da informação e comunicação na educação. Para isso, apresentamos as quatro fases atribuídas por Borba, Silva e Gadanidis (2014) para a utilização das tecnologias da informação e comunicação na educação matemática, destacando a quarta e atual fase. Além disso, recorreremos aos trabalhos de Marcelo Bairral, alguns dos quais em parceria com outros pesquisadores, para evidenciar as relações de interação nos ambientes virtuais, e finalizamos o capítulo discorrendo sobre a aprendizagem dialógica em diferentes espaços de aprendizagem, destacando a sua importância no processo de construção do conhecimento em ambientes virtuais.

2.1 TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Em recente estudo sobre as tecnologias aplicadas à educação, Borba, Silva e Gadanidis (2014) destacam quatro fases que marcaram as tecnologias na educação matemática: a primeira delas é caracterizada por tecnologias como computadores, calculadoras simples e científicas; a segunda pela popularização dos computadores e pelas calculadoras gráficas; a terceira por computadores, *laptops* e *internet*; a quarta pelos telefones celulares, *tablets* e *internet* rápida. Orientamo-nos por essas fases para discutir a relação entre as tecnologias da informação e comunicação e a educação matemática.

A primeira fase, que se iniciou em 1985, é marcada pelo uso do *software Logo*. De acordo com Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 18), “[...] a primeira fase é o momento de surgimento da perspectiva de que as escolas poderiam ou deveriam ter laboratórios de informática”. Todavia, a utilização do computador com finalidade educativa é caracterizada por algumas mudanças na relação entre aluno-computador-professor. A linguagem *Logo*, que é ponto alto desta primeira fase e veio proporcionar novas situações de aprendizagem, marca um momento em que a utilização do computador se torna uma ferramenta tutorada pelo aluno, o qual é responsável por indicar as operações que devem ser executadas, possibilitando, assim, uma aprendizagem ativa. Essa forma de conceber a informática educativa é considerada por Almeida (2000) como abordagem construcionista.

O uso de computadores, segundo os princípios construcionistas, explica Almeida (2000), foi proposto por Seymour Papert com base nas ideias de alguns pensadores contemporâneos, tais como Dewey, Freire, Piaget e Vygotsky. Papert inicialmente propôs uma metodologia e, com o objetivo de possibilitar o uso pedagógico do computador, criou uma linguagem de programação, chamada *Logo*.

A linguagem *Logo*, além de ser muito conhecida pela *geometria da tartaruga*, consiste em uma aprendizagem por descoberta desenvolvida com objetivos educacionais e rompe com o modelo de educação centrada no professor, propondo assim uma nova metodologia e transformando o processo de ensino-aprendizagem.

Papert (1988) destaca que, embora a tecnologia desempenhe um papel essencial na sua visão sobre o futuro da educação, o foco central não é a máquina, mas a mente e a forma como os movimentos intelectuais e culturais crescem.

A segunda fase se iniciou em 1990 com a popularização do computador como um objeto pessoal. Também nessa fase, segundo Borba, Silva e Gadanidis (2014), diversos *softwares* educacionais foram produzidos e os professores passaram a buscar cursos de formação continuada como uma alternativa para utilizar as tecnologias informáticas em suas aulas.

Nesse contexto da segunda fase das tecnologias digitais em educação matemática, ganham espaço os *softwares* voltados para as representações das funções e de geometria dinâmica², possibilitando que os alunos construam conceitos por meio de atividades investigativas.

Sendo assim, em geometria dinâmica, o dinamismo pode ser atribuído às possibilidades em podermos utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014). Tecnologias como régua e compasso, tão utilizados em desenho geométrico, não foram abandonadas, porém a utilização dos *softwares* possibilitou outras abordagens, como a investigação por meio das construções no computador. Borba (2012) explica que o conhecimento é gerado e moldado por humanos e por tecnologias disponíveis que são situados historicamente e que são coletivos de humanos e tecnologias disponíveis que produzem novas tecnologias e novos conhecimentos e caracterizam o que significa ser humano em um dado momento histórico.

Compreendemos que, também desse modo, o conhecimento é construído em sala de aula, já que, enquanto criamos essas tecnologias, somos influenciados por elas. Vianna (2012) destaca que os *softwares* de fácil acesso, mesmo que não sejam explorados em sua totalidade, podem ser adaptados em aulas de Matemática. Ele

² Geometria Dinâmica é a geometria proporcionada por programas gráficos que, numa área de desenho, permitem construções geométricas com objetos-base, que atualizam automaticamente as construções sempre que o usuário alterar um dos objetos-base. Disponível em: <<http://geogebrante.blogspot.com.br/p/geometria-dinamica.html>>. Acesso em: 13 fev. 2015.

explica que “ir além da construção do saber matemático por meio desses recursos, significa proporcionar uma busca de significados pelos alunos quando estes são colocados frente a situações-problema do seu dia-a-dia” (VIANNA, 2012, p. 67). As planilhas eletrônicas, por exemplo, ajudam a compreender o comportamento de certas atividades do cotidiano, como projeções de juros do cartão de crédito, o consumo de energia, perdas salariais, entre outros.

Graças aos *softwares* de geometria dinâmica, algumas construções que eram feitas com material concreto, como régua e compasso, de alguns anos para cá podem ser feitas também com auxílio da tecnologia. Bairral (2009) destaca a interação do sujeito com a tecnologia utilizada, a descoberta mediante tentativa e erro, a observação, o levantamento e a verificação de conjecturas e as diversas formas de representação do objeto em estudo, como importantes contribuições da geometria dinâmica para a aprendizagem.

Considerando as mudanças oriundas das novas tecnologias, é preciso pensar no papel do professor. O recurso por si só não representará inovação na aprendizagem se não vier acompanhado de uma metodologia adequada. Surge, portanto, uma nova postura profissional, em que é preciso rever algumas práticas pedagógicas e sair da zona de conforto. Sendo assim, é no período marcado pela segunda fase que professores começam a buscar capacitação profissional. Uma forma de capacitação foi buscar, em ambientes virtuais, um ambiente de aprendizagem, o que ocasionou uma nova perspectiva de formação profissional e posteriormente, com o advento da *internet*, resultou em cursos de formação à distância, característica marcante da terceira fase das tecnologias digitais em educação matemática.

A terceira fase, que se iniciou por volta de 1999, é caracterizada pelo advento da *internet*, que começa a ser utilizada como fonte de informação e comunicação, ganhando destaque a realização de cursos à distância para a formação continuada de professores. Nessa fase, além do termo tecnologias informáticas, surgem expressões como tecnologias da informação e tecnologias da informação e comunicação (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014). Nesse contexto, emergem discussões relativas à comunicação de alunos e professores em ambientes de aprendizagem *online*.

A comunicação nos cursos a distância é viabilizada graças aos meios tecnológicos, denominados *Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA)*, nos quais as possibilidades de comunicação dependem de recursos que eles dispõem. Num *chat* ou num fórum, por exemplo, a comunicação ocorre pela escrita. Há, porém, ambientes virtuais onde a comunicação também ocorre por áudio e vídeo. Independentemente de como a comunicação se realiza, as interações é que configuram a aprendizagem. Segundo Borba, Malheiros e Amaral (2011, p. 27), “[...] a interação diferencia qualitativamente a natureza da aprendizagem”. É importante que o ambiente ofereça ferramentas que auxiliem a aprendizagem dos conteúdos em questão, para que não se distancie tanto do que seria uma aprendizagem em ambiente presencial.

O que se pode perceber até então é que as fases descritas por Borba, Silva e Gadanidis (2014) se integram, já que, à medida que progredimos, vamos agregando aos novos recursos tecnológicos os já existentes. Sendo assim, cada fase é uma amplificação da anterior, porém com suas particularidades.

A quarta fase, iniciada em 2004 e chamada de tecnologias digitais, corresponde à que estamos vivendo atualmente e é marcada pela *internet* rápida. A produção de conhecimento à distância continua ganhando espaço, visto que as formas de interação começam a ser exploradas, surgindo assim novos ambientes virtuais: as redes sociais.

A relação homem-máquina cada vez mais estreita e modifica a relação homem-conhecimento, fazendo dos computadores um objeto de estudo para a educação. Borba e Villarreal (2005³ apud BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011, p. 90) afirmam que “[...] o conhecimento é produzido por coletivo de seres-humanos-com-mídias”. Essas mídias não se limitam a um artefato tecnológico, podendo simplesmente ser lápis e papel. Desse modo, algumas dessas mídias vêm sendo transformadas pelas mídias informáticas, como as construções geométricas que eram feitas com régua e compasso e agora podem ser feitas também com o auxílio

³ BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer, 2005.

de *softwares* de geometria dinâmica, inclusive ampliando as possibilidades.

Sendo assim, compreendemos que se faz necessário um meio, no caso uma mídia, para que o ser humano produza conhecimento. Todavia, não somente as mídias informáticas contribuem para a produção do conhecimento, mas também a oralidade e a escrita (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011).

Nesse contexto da *internet* rápida, as tecnologias móveis, como telefones celulares e *tablets*, ganham cada vez mais espaço, não sendo assim o computador o único recurso para conexão com a *internet*. Cresce o número de redes sociais e principalmente o seu acesso via telefone celular.

Em tempos de novas mídias, vale refletir sobre a maneira como podem tornar-se aliadas ao processo educativo. O dinamismo que as redes sociais possibilitam pode ser destacado como um fator positivo da utilização desses ambientes na educação. A rede social Facebook, por exemplo, oferece uma plataforma de interação gratuita com seus recursos extremamente funcionais, permitindo a troca de informações e experiências em tempo real.

Amante (2014) pontua que a rede social Facebook foi criada, em 2004, por um grupo de jovens universitários de Harvard e visava criar um espaço de comunicação apenas para os estudantes da própria universidade. Porém, em poucos meses, a rede expandiu-se para outras universidades americanas. Desde então, algumas mudanças referentes à funcionalidade da plataforma começaram a acontecer. De acordo com Lampe, Ellison e Steinfield (2008), essas mudanças visavam afetar a interação dos usuários.

Em 2005, as discussões sobre o Facebook giravam em torno da preocupação com a segurança e privacidade dos usuários, que até então eram apenas alunos das universidades admitidas na rede (FERNANDES, 2011). Somente em 2006, a rede foi aberta a todos os internautas, o que fez duplicar o número de usuários. Em 2011, de acordo com Amante (2014), o Facebook ultrapassou o Orkut, até então a maior rede social no Brasil.

Em virtude desse crescimento, alguns acadêmicos se questionaram sobre aquilo que poderiam fazer com o Facebook. Nessa perspectiva é que surgem publicações relacionando o Facebook com a educação, consolidando assim a denominação de *Social Networking Sites* (*sites* de redes sociais). Fernandes (2011) destaca alguns desses estudos, entre os quais o de Griffith e Liyanage (2008), de Patrício e Gonçalves (2010). O primeiro aborda as vantagens dos *sites* de redes sociais para o estudo, sobretudo para o trabalho em grupo e para a promoção da interação entre professor e aluno; já o segundo trata da exploração das aplicações e funcionalidades do Facebook, visando identificar alguns de seus potenciais educativos. Entre esses potenciais, chamamos a atenção para a promoção de maior participação no processo educativo e também o desenvolvimento da comunicação e da linguagem.

Diante das mudanças na comunicação ao longo dessas fases descritas, a relação professor-aluno-conhecimento ganha uma nova dinâmica, assumindo assim um papel colaborativo. Borba e Penteado (2010, p. 48) destacam que

[...] devemos entender a informática. Ela é uma nova extensão da memória, com diferenças qualitativas em relação às outras tecnologias da inteligência e permite que a linearidade de raciocínios seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, na experimentação e em uma “nova linguagem” que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea.

Esses autores utilizam os termos zona de conforto e zona de risco para exemplificar algumas situações didáticas corriqueiras. Entende-se por zona de conforto um cenário onde tudo é previsível e está sob o controle do professor. Já por zona de risco entende-se um ambiente no qual impera a imprevisibilidade, onde tudo pode acontecer sem estar programado. Talvez abandonar a zona de conforto seja um dos motivos que fazem o professor temer a utilização das tecnologias da informação e comunicação em suas aulas. Contudo, a zona de risco não deve ser vista como algo assustador, e sim como um espaço importante para a formação profissional. As informações se renovam em alta velocidade, e o professor que optar por permanecer na zona de conforto possivelmente não vai acompanhar esse processo.

Para o professor dinâmico, que busca por conhecimentos e aprimoramento de sua prática, não existe mais zona de conforto, e sim uma constante zona de risco, que

deve ser vista como um espaço de descobertas, aprendizagens e reflexão sobre a própria prática. O trabalho colaborativo pode ser um suporte no trabalho com as tecnologias da informação e comunicação. Sozinho é mais difícil administrar o imenso fluxo de informações; trabalhando colaborativamente, é possível compartilhar incertezas e superar dificuldades.

2.2 AS RELAÇÕES DE INTERAÇÃO EM AMBIENTES VIRTUAIS E A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

As discussões sobre tecnologias da informação e comunicação propostas para este trabalho têm como cenário a quarta fase que foi caracterizada por Borba, Silva e Gadanidis (2014). Nesse contexto, as discussões sobre as interações virtuais se orientaram em trabalhos de Bairral (2007, 2009) e Bairral e Powell (2006, 2013), entre os quais destacamos as relações de interação em ambientes virtuais de aprendizagem e a relação que ele estabelece entre as tecnologias e a geometria.

Segundo Bairral (2009), quatro características essenciais são atribuídas à informática educativa: conectividade; integração de mídias; dinâmica e construção hipertextual; e interatividade. Sobre a integração de mídias, o autor destaca que as tecnologias da informação e comunicação integram várias outras e se compõem de um novo cenário para o processo de ensino e aprendizagem. Sendo assim, um ambiente virtual pode dispor de ferramentas que permitam incluir nesse espaço outros recursos, como um vídeo ou mesmo o acesso a outros espaços por meio de *hiperlinks*. A possibilidade de integração de mídias foi um dos fatores que nos levaram a escolher a rede social Facebook como ambiente virtual para desenvolver esta pesquisa.

Sobre os ambientes virtuais de aprendizagem, de acordo com Duart e Sangrà⁴ (1999 apud BAI RRAL, 2007), eles devem possibilitar flexibilidade, interatividade, inserção e vinculação na comunidade virtual constituída e permitir aos envolvidos o acesso a materiais e demais fontes de recursos disponíveis na rede. Bairral (2007) destaca, ainda, que, em seus projetos, a aprendizagem matemática é desenvolvida em

⁴ DUART, J. M; SANGRÀ, A. (eds.) *Aprentatge i virtualitat: diseny pedagògic de materials didactics per al* www.barcelona: EDIUOC – Pòrtic, 1999.

ambientes virtuais onde os interlocutores interagem colaborativamente com diferentes artefatos.

Desse modo, o aprendizado matemático se desenvolve mediante discurso e interação (BAIRRAL, 2007) e ocorre uma relação mútua entre esses dois campos, importantes para subsidiar uma reflexão sobre como pensar as atividades matemáticas. No campo discursivo, segundo Bairral (2009), os componentes a serem considerados são a motivação pessoal, a afetividade, a comunicação e os aspectos representacionais e argumentativos; já no campo interativo, o autor destaca as atitudes para interagir, o intercâmbio, a colaboração, os elementos da prática e a produção de significados.

Outro fator importante a ser considerado sobre o processo educativo que ocorre com o auxílio dos ambientes virtuais é a produção da escrita nesses meios, bem como a construção do pensamento matemático. A escrita virtual é construída pelos interlocutores que, num determinado espaço comunicativo, interagem, por meio de práticas discursivas, as interlocuções que, segundo Bairral e Powell (2013, p. 65), “constituem um campo discursivo fértil para o estudo de inscrições em ambientes virtuais”. Sobre as interlocuções, Salles e Bairral (2012) explicam que se trata de um discurso em que são analisadas diferentes formas de participação que ocorrem em unidades de conversas, sejam interações orais, sejam as escritas. Desse modo, é na análise no processo interativo que se obtêm informações para interferir sobre a aprendizagem do seu interlocutor.

Sendo assim, consideramos os ambientes virtual e presencial como espaços comunicativos onde existem sujeitos, os alunos que interagem sobre um objeto, os sólidos geométricos. Os sujeitos são, portanto, os interlocutores; as práticas discursivas desses sujeitos, as interlocuções. Nessa perspectiva, compreendemos a interação como uma ação entre o sujeito e o objeto envolvidos no processo.

A escrita, independentemente do meio em que ela é produzida, “força os interlocutores a refletir, diferentemente, sobre sua experiência matemática” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 26). Além do mais, ela colabora no aperfeiçoamento do vocabulário dos alunos, bem como em sua utilização para a compreensão

matemática. É importante também que o professor fomente a escrita e, por meio de questionamentos, faça com que os alunos revisem sua produção textual, já que a escrita é uma ferramenta potencial no desenvolvimento do pensamento matemático.

Há diferentes espaços comunicativos, os quais podem ser síncronos ou assíncronos, onde os interlocutores interagem. No ambiente síncrono, a comunicação entre os interlocutores ocorre concomitantemente. Um exemplo desse tipo de ambiente seria o *chat*, em que duas ou mais pessoas podem interagir simultaneamente em tempo real; já no ambiente assíncrono, a comunicação não se efetiva ao mesmo tempo: por exemplo, num fórum de discussão, cada interlocutor pode deixar sua produção registrada e os demais interlocutores podem ter acesso em outro momento.

O ambiente virtual utilizado nesta pesquisa possibilitou interações dos dois tipos citados, pois, como ocorreram por meio de comentários em cada atividade, dois ou mais alunos poderiam realizar a atividade no mesmo momento e, assim, dialogar, caracterizando uma interação síncrona.

Sobre as interlocuções *online*, Bairral e Powell (2013) destacam a sua importância como uma estratégia de análise do desenvolvimento das ideias matemáticas dos envolvidos. A análise das interlocuções, por Bairral e Powell (2013), surgiu com base em Powell (2006), que analisa práticas discursivas dos alunos em suas trocas conversacionais. Para ele, ideias e modos de raciocínio podem aflorar da interação discursiva de interlocutores.

Para analisar interações de alunos num discurso, Davis (1997 apud POWELL, 2006), estabelece quatro categorias: avaliativa, informativa, interpretativa e negociativa. Essas categorias ajudam a identificar contribuições dos alunos na construção do pensamento matemático.

Ao discorrermos sobre as interlocuções apresentadas, de acordo com as concepções de Bairral e Powell (2013), destacamos essas categorias:

- Avaliativa — O interlocutor se mantém avaliador e não participativo. São afirmações apresentadas de forma crítica, com julgamentos pontuais como

certo ou errado.

- Informativa — O interlocutor menciona alguma informação para satisfazer ou gerar uma pergunta, mas sem manifestar seu julgamento.
- Interpretativa — O interlocutor se posiciona de maneira a entender e interpretar o que outro interlocutor disse.
- Negociativa — O interlocutor e seu parceiro interagem mutuamente, fazendo questionamentos e participando coletivamente na busca de uma solução.

Essas quatro categorias não são hierárquicas nem mutuamente exclusivas, podendo ser notadas em vários momentos, e não apenas isoladas (BAIRRAL; POWELL, 2013).

Alguns tipos de interlocuções são mais favoráveis à construção de ideias matemáticas, como a interlocução negociativa, que “[...] tem potencial de desenvolver conjuntamente ideias matemáticas e formas de raciocínio que emergem no discurso dos interlocutores” (BAIRRAL; POWELL, 2013, p. 66).

Analisar interlocuções em discursos *online* possibilita acompanhar mudanças que vão ocorrendo durante a construção do conhecimento matemático por parte dos alunos. Além disso, permite analisar como os sujeitos compartilham significados e conceitos. Fica evidente, assim, a importância desse tipo de análise, por isso tomamos as interlocuções como ponto de partida para identificar habilidades importantes na construção do pensamento geométrico.

Bairral e Powell (2013) explicam que determinadas características das atividades desenvolvidas em ambientes virtuais possibilitam a tomada de decisão e favorecem a colaboração. Essas características são acessibilidade, articulação com conhecimentos matemáticos prévios, conexões entre diferentes ideias matemáticas, diferentes modos de resolução e solução, aplicação a ideias matemáticas importantes. Ainda de acordo com os autores, quando os participantes de uma pesquisa se envolvem em tarefas com essas características, os dados gerados permitem aos pesquisadores análise mais detalhada do raciocínio matemático mediante suas interlocuções. Além disso, é válido destacar que, segundo os autores, as interlocuções interpretativas e negociativas têm maior potencial para

aprimorar o pensamento matemático dos interlocutores.

2.3 APRENDIZAGEM DIALÓGICA EM DIFERENTES AMBIENTES

Iniciamos a discussão acerca da aprendizagem dialógica recorrendo a Freire (1987, p. 78), na qual o autor afirma que “[...] ninguém educa ninguém, ninguém educa a si mesmo, os homens se educam entre si mediatizados pelo mundo”. A concepção de Freire deixa evidente que a educação não é um processo solitário e autoritário, pois a aprendizagem não se constrói isoladamente nem muito menos é transferida de uma pessoa para outra. A concepção de que há uma pessoa que sabe e ela é responsável por transferir aos aprendentes seus conhecimentos é o que Freire (1987) chama de educação bancária, caracterizada pela ideologia da opressão, pois o saber é visto como uma doação dos que se julgam sábios aos que julgam nada saber.

Em nossa pesquisa não há espaço para a educação bancária, visto que a própria proposta de trabalho que foi desenvolvida como atividade prática não deixa espaço para esse tipo de educação. Falar numa proposta que tem como foco as relações de interação construídas pelos alunos requer atividades que os coloquem como protagonistas do processo educativo e que, por meio das relações estabelecidas com o professor e principalmente com os colegas, desenvolvam habilidades importantes para a aprendizagem do conteúdo em questão. Desse modo, temos no diálogo um suporte para nossa prática.

A educação do diálogo é uma educação libertadora, logo uma educação voltada para a formação crítica. A citação inicial de Freire (1987) deixa explícita a importância da interação entre os sujeitos e destes com o mundo, como meio para construir o conhecimento. Não é qualquer diálogo, porém, que contribui para essa formação crítica, e sim um diálogo que favoreça a argumentação, o questionamento e seja problematizador e principalmente igualitário, que é o princípio básico da aprendizagem pelo diálogo e diz respeito ao diálogo em que todos têm a mesma oportunidade de falar, bem como a preocupação em conhecer o pensamento das pessoas envolvidas na interação.

Na análise do diálogo, Freire (1987) chama a atenção para a “palavra” numa amplitude maior, como mais que um simples meio para que o diálogo se faça, mas a importância de duas dimensões dela inerentes: ação e reflexão. Não se deve estabelecer uma relação dicotômica entre essas duas dimensões, pois “[...] não há palavra verdadeira que não seja práxis” (FREIRE, 1987, p. 44). Daí por que compreender a palavra verdadeira como agente de transformação do mundo.

Nessa perspectiva, é inconcebível a redução do diálogo entre os homens a um depositar de ideias um no outro, ou uma simples troca entre si, sendo, portanto, “[...] um caminho pelo qual os homens ganham significados enquanto homens” (FREIRE 1987, p. 45). O diálogo é assim, para o autor, um ato de amor, um compromisso com a causa da libertação. Também não haverá diálogo se não houver humildade, afinal como é possível dialogar com alguém que se vê mais virtuoso em relação ao outro e se fecha às suas contribuições? No lugar do diálogo, não há sábios ou ignorantes absolutos, e sim pessoas que, pela interação, buscam ampliar seus conhecimentos. Isso implica outro pilar do diálogo: a fé nos homens, pois o homem dialógico compreende o poder transformador de ser crítico, fazer, refazer e ser mais. Ao fundamentar-se no amor, na humildade e na confiança, o diálogo se configura em uma relação horizontal.

A educação que tem por princípio o diálogo crítico e consciente torna-se relevante, pois é por meio dela que emergem os conhecimentos fundamentais à emancipação do homem como cidadão. Esse diálogo deve começar, segundo Freire (1987), na busca pelo conteúdo programático, pois o educador dialógico deve organizar seus conteúdos valorizando os conhecimentos contextuais de seus educandos. Trata-se assim de um processo dinâmico em que é importante o educador, que também é educando, perguntar-se sobre o que vai dialogar com seus educandos, os quais, nesse processo, também são educadores.

Calvo (2013) destaca, em seu trabalho, os sete princípios da aprendizagem dialógica. O primeiro deles, que permeia os demais princípios, é o diálogo igualitário. Segundo a autora, ele se produz quando a participação das pessoas ocorre em nível de igualdade e todas as pessoas envolvidas têm a mesma oportunidade de intervir, pois “[...] os processos de reflexão partem das contribuições de cada um dos

participantes por meio dos argumentos apresentados” (CALVO, 2013, p. 27).

O segundo princípio da aprendizagem dialógica é a inteligência cultural e ele parte do princípio de que todas as pessoas têm inteligência em seu contexto cultural; então, todos podem ensinar e aprender. A compreensão desse princípio remete ao diálogo igualitário. Ferrada e Flecha (2008) explicam que acreditar que somente a inteligência acadêmica seja válida é uma ação excludente que contraria a aprendizagem dialógica.

A transformação é o terceiro princípio. Ela ocorre coletivamente e está voltada para mudanças no contexto sociocultural dos alunos, visando promover o máximo de aprendizagem. Freire (1987) explica que pessoas são seres da transformação, pois, conscientes da realidade, transformam-na e se transformam.

O quarto princípio é a criação de sentido e, de acordo com Calvo (2013), baseia-se no diálogo das relações interpessoais, o qual se realiza numa direção horizontal e em que o sujeito se reconhece como protagonista da própria história.

A solidariedade, quinto princípio da aprendizagem dialógica, é um recurso de mobilização que vê, nas práticas educativas igualitárias, ações de transformação social, pois elas priorizam a participação equilibrada das pessoas, independentemente de suas condições, quando o foco é o diálogo e a argumentação voltados para a transformação.

O sexto princípio trata da dimensão instrumental, em que Calvo (2013) enfatiza que a sua compreensão é dada como a ênfase no conhecimento técnico e científico que diminuem a exclusão social e que são importantes no diálogo voltado para a aprendizagem. Esse princípio nos faz retomar a discussão de Freire (1987) sobre a seleção do conteúdo programático e reforça a importância de ouvir os alunos, como também outras pessoas, pois suas experiências são importantes para contextualizar a aprendizagem instrumental, já que os conteúdos instrumentais são a base para atingir outras aprendizagens.

Por fim, o sétimo princípio é a igualdade de diferenças e vai muito além de assegurar que todas as diferenças sejam respeitadas. Ele parte do princípio de que as pessoas têm o direito de viver e ser diferentes e que as dificuldades podem ser superadas por meio de um ambiente dialógico onde as pessoas excluídas tenham prioridade de participação.

Sendo assim, os sete princípios destacados visam assegurar o que Flecha (1997 apud CALVO, 2013) considera como aprendizagem dialógica, que é uma aprendizagem que tem por fundamento a promoção e geração de igualdade de aprendizagem para todos os alunos.

Ao falar sobre aprendizagem dialógica e educação matemática, Knijnik (2004 apud REIS, 2010) destaca a importância da articulação entre os saberes e expectativas dos alunos e o conhecimento científico. Para isso, o diálogo se torna responsável por proporcionar maior entendimento da Matemática escolar e sua relação com o mundo, por meio do qual os alunos poderão socializar o entendimento do mundo em que estão inseridos.

Reis (2010) destaca ainda a importância de buscar compreender a realidade do aluno por meio da interação em sala de aula, pois, à medida que os problemas do cotidiano são levados para a sala de aula visando dar significado aos conteúdos, isso colabora para articular o conhecimento matemático e a visão de mundo, buscando gerar atitudes reflexivas e críticas na formação do cidadão para o mundo.

No contexto da aprendizagem dialógica, a interação entre os envolvidos ganha um espaço importante, seja na aprendizagem presencial, seja a distância. No que diz respeito à educação a distância, a aprendizagem matemática propiciada com a utilização de recursos tecnológicos variados, agregados aos espaços virtuais de aprendizagem, pode contribuir para um processo autônomo, construtivo e reflexivo de ensino e aprendizagem. As informações que, num primeiro momento, são recebidas por meio dos ambientes virtuais podem ser enriquecidas pelas informações que são compartilhadas com os demais. Além disso, por meio dessas interações, o conhecimento é construído e se compreende a importância do diálogo. Obviamente não são todos os tipos de ambientes virtuais que possibilitam a

aprendizagem por meio dessa interação dialógica. Há espaços, como *chats* e fóruns, onde é possível desenvolver conceitos matemáticos de forma coletiva, criando assim uma comunidade de aprendizagem. Podemos mencionar o trabalho de Bairral (2007), em que o autor aborda a aprendizagem matemática em ambientes virtuais.

Segundo Borba (2007), como ambientes de aprendizagem nos quais se encontram diferentes ferramentas de comunicação, os ambientes virtuais de aprendizagem podem propiciar a interação, a colaboração e o diálogo. Desse modo, a mediação feita pelo professor-tutor tem que ser pensada na perspectiva de uma atuação que tenha por base os princípios da aprendizagem dialógica, já citados neste texto.

3 O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Observarmos ainda hoje práticas educacionais que têm a geometria centrada num modelo reducionista com foco no ensino de geometria plana e de nomenclaturas. Nacarato e Santos (2014) afirmam que o ensino da geometria no Brasil passou por várias fases, sendo, até 1960, baseada nos estudos de Euclides e, entre 1970 e 1980, influenciada pelo Movimento da Matemática Moderna. Apesar das mudanças que já ocorreram, o ensino de geometria no Brasil ainda é deficitário, pois a forma como os conceitos são explorados nem sempre favorece a sua aprendizagem.

Villiers (2010) destaca que a geometria sempre teve especial atenção pelo currículo de matemática da Rússia, por influência de contribuições de alguns geômetras russos como Lobachevsky. Ainda de acordo com o autor, o programa de geometria da Rússia era dividido em duas partes: a primeira intuitiva, da 1.^a à 5.^a série; e a segunda correspondente à sistematização, da 6.^a série em diante.

Contudo, os alunos apresentavam pouco progresso em geometria, apesar de se saírem bem em outras matérias. Foi por meio dessa inquietação que, na década de 1960, pesquisadores russos analisaram o currículo russo de geometria e constataram que a principal causa era a insuficiência dedicada à geometria no ensino primário. Criaram, assim, um currículo experimental com base na teoria de Van Hiele, por meio do qual foi possível verificar que “[...] o aluno médio da 8.^a série do currículo experimental demonstrou compreensão geométrica igual ou melhor do que os correspondentes alunos das 11.^a e 12.^a séries do currículo antigo” (VILLIERS 2010, p.405).

Ao exemplificarmos o caso da Rússia, destacamos a influência da teoria de Van Hiele em pesquisas relacionadas ao seu ensino. A referida teoria, que será abordada ao longo deste capítulo, mesmo tendo algumas críticas, como a questão da hierarquia entre os níveis, não deixa de ser importante em discussões atuais sobre ensino de geometria.

Sendo assim, neste capítulo tratamos historicamente do ensino da geometria, destacando alguns pontos importantes ao longo deste percurso, em especial no

Brasil. Na sequência, discutimos a teoria de Van Hiele e a importância da visualização para a construção do pensamento geométrico, pontuando inclusive as críticas a essa teoria do pensamento geométrico.

3.1 UMA BREVE ABORDAGEM SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA

Ao abordar historicamente o ensino da geometria no Brasil, Fraga (2004) destaca que ela já foi considerada um elemento de discriminação, pois meninas eram consideradas incapazes de aprender geometria, bem como as classes mais populares. Algumas mudanças começaram a ser implantadas no âmbito mundial, mas o processo foi mais demorado no Brasil. Na década de 1960, iniciou-se o Movimento da Matemática Moderna no intuito de repensar o ensino da Matemática. Desde então, o ensino da geometria vem passando por algumas mudanças.

De acordo com a abordagem de Fraga (2004), os jesuítas exerceram forte influência sobre a educação no Brasil, muitos dos quais não davam importância à Matemática, e, somente em meados do século XVIII, com a revolução cartesiana, a Matemática começou a dar seus frutos nas escolas jesuítas. Ainda de acordo com a autora, o ensino jesuítico era voltado para índios, negros e pobres, mas, quando se iniciava uma preocupação em relação aos colégios, esse ensino passava a atender as elites, mudando assim de foco e objetivos.

A partir de 1772, criaram-se as aulas régias, que eram ministradas por padres jesuítas. Iniciava-se a fase das escolas públicas e um dos principais problemas era a falta de professores preparados para ministrar essas aulas. As matemáticas tornaram-se úteis pelo seu conhecimento prático. Nessa perspectiva, a geometria ganha destaque por ser um elemento necessário para carpinteiros, arquitetos e outras profissões. O saber geométrico, desse modo, passa a ser a base dos tratados e escritos militares, porém, antes de estudar geometria, o aluno deveria fazer um curso de álgebra (FRAGA, 2004).

Tendo por base essas mudanças, surgem alguns problemas, entre os quais a falta de material didático, pois os livros eram escritos em forma de narrativa matemática, o que não atendia às novas propostas de ensino. Outro problema era a falta de

professores qualificados.

A preocupação com o caráter didático, tentando simplificar o ensino de geometria, surge, segundo Fraga (2004), com a vinda da corte portuguesa para o Brasil e com ela a Academia Real Militar e a Academia Real dos Guardas-Marinha. Porém, no início do século XIX, são adotados livros para a Academia Real Militar, cuja geometria começa a ter caráter mais rigoroso e menos intuitivo. A geometria era ministrada somente para alunos de curso superior, contudo alguns projetos davam importância ao ensino de geometria para as escolas primárias, destacando noções de medições, o que não aconteceu, visto que não havia professor habilitado nem pré-requisito para o ensino secundário. Dessa maneira, a geometria ficou apenas a cargo do ensino secundário e superior.

Os livros didáticos passavam a ter destaque no ensino brasileiro, primeiro com traduções e depois com edições próprias. Porém, a maioria deles dava ênfase ao método dedutivo, sem estabelecer relações com o cotidiano. No fim do século XIX, Olavo Freire lançava o livro *Geometria Prática*, destinado a alunos de ensino primário, rompendo assim com o estilo até então apresentado. Contudo, nas escolas primárias a geometria era ensinada apenas para meninos, e, nas Academias Militares e escolas superiores, o que era ensinado dependia do curso que o aluno iria escolher (FRAGA, 2004).

Algum tempo se passou sem grandes mudanças no ensino. Somente com a proposta da Escola Nova é que surge uma pedagogia centrada no aluno, tentando relacionar a Matemática com a vida real. A experimentação passa a ser a base do ensino e, para a geometria, recomendava-se que fosse iniciada de forma intuitiva e experimental, a fim de progressivamente construir uma sistematização (FRAGA, 2004).

Alguns movimentos em nível mundial começaram a ser implantados, mas as mudanças demoraram a chegar ao Brasil. Becker (2009) explica que, em 1929, fica estabelecido um novo programa de ensino de Matemática, que prevê a criação de uma disciplina única envolvendo aritmética, álgebra e geometria, que até então eram ministradas separadamente. Mais uma vez, os professores não estavam preparados

para tal reforma nem possuíam material didático que satisfazia a tais exigências. Esses problemas dificultaram o ensino da geometria no Brasil em meados do século XX.

Na década de 1950, o Movimento da Matemática Moderna iniciou-se como um movimento internacional que discutia novas mudanças no ensino da Matemática. De acordo com Fraga (2004, p. 40), “[...] eles tentaram levar a matemática do campo dos cálculos para o campo das ideias, defendiam uma matemática abstrata e naturalista”. O ensino de geometria passa a ser abandonado nas escolas brasileiras, em meados dos anos 1970, pois, mais uma vez, os professores estavam despreparados para essa nova proposta. Para Pires (1995 apud BECKER, 2009, p. 17), “[...] a implantação do movimento da matemática moderna no Brasil coloca a predominância dos termos algébricos sobre os geométricos, a geometria passa a ser um tema ilustrativo dos conjuntos ou da álgebra”.

Fraga (2004) destaca que, somente com a criação do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), fundado em 1961, esse movimento realmente se tornou presente no Brasil. A autora explica que a Matemática tradicional possuía ênfase na memorização e no processo em detrimento do seu significado. Além do mais, o medo e falta de motivação eram fatores presentes. A geometria, quando trabalhada, tinha como proposta explorações intuitivas com o objetivo de chegar à sistematização. Já a Matemática moderna tinha como proposta um programa flexível com a tentativa de conexão entre as diferentes áreas da Matemática, bem como com as outras ciências. Existia também uma preocupação em minimizar o medo. Todas essas questões serviram para que o ensino de geometria ficasse cada vez mais abandonado e elitizado, pois era oferecido a uns poucos.

Ao analisar a trajetória da geometria, percebe-se que, em alguns momentos, ela foi considerada irrelevante para a formação intelectual, deixando assim uma lacuna nos conhecimentos matemáticos. De acordo com Nacarato e Santos (2014, p. 14), “[...] mesmo antes do Movimento da Matemática Moderna já havia certo abandono da geometria, principalmente no trabalho docente com as camadas populares”. Essas autoras explicam que, no início do século XX, o ensino da geometria para a classe analfabeta se limitava ao estudo da geometria métrica e ao cálculo de área e

volume, pelo fato de o Brasil ser essencialmente agrícola nessa época. Destacamos que essa aplicação não é muito diferente do que vemos, em alguns casos, no ensino de geometria da atualidade.

Nacarato e Santos (2014) pontuam, ainda, que a didática utilizada era, na maioria das vezes, centrada num ensino reducionista, com foco no ensino de figuras planas e nomenclaturas. Porém, segundo as autoras, grande parte dos professores não teve contato com a geometria em seus estudos e desconhece a importância de compreender a construção do pensamento geométrico.

O pouco contato dos professores com o conteúdo geométrico propiciou que a sua prática também se tornasse deficitária, e isso vem, de certa forma, se arrastando até os dias atuais. Mesmo com mudanças no livro didático, o professor ainda se sente inseguro para ensinar geometria, o que evidencia que os dois termos do binômio aprender-ensinar estão intimamente interligados, ou seja, só temos condições de ensinar aquilo que conhecemos (NACARATO; SANTOS, 2014, p. 15).

Essa deficiência no ensino de geometria persiste até os dias atuais. Felizmente a maioria dos livros de ensino fundamental e médio não deixa mais a geometria para os capítulos finais. Porém, o professor ainda encontra dificuldades para ensinar a geometria de forma diferente daquela que aprendeu ou, pior ainda, que não aprendeu.

Domingos (2010) destaca que o ensino da geometria no Brasil ainda é deficitário, pois houve omissão ou abandono em todos os níveis de escolarização. O autor apresenta algumas pesquisas em educação matemática, entre as quais Alves (2004), que discute o processo de ensino-aprendizagem da geometria e mostra que ele é dificultado por deficiências de visualizações por parte dos alunos.

Nesse contexto, gostaríamos de chamar a atenção para a forma como Hans Freudenthal concebe o ensino de geometria, propondo uma *geometria renovada*. Ele teve grande influência na educação matemática, apresentando algumas orientações para a renovação do ensino da geometria. Veloso (1998) explica que, para Freudenthal, compreender geometria é compreender o espaço, a fim de nele viver melhor. Nessa perspectiva, geometria envolve a matematização da realidade e a realização de descobertas que, quando feitas com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes.

Para Freudenthal, a experiência com a manipulação e a construção é importante, e, nesse aspecto, ele se baseia nos trabalhos de Dina Van Hiele. Ele destaca ainda que, ao invés de apresentar ao aluno uma organização preconcebida com conceitos e definições, é importante dar tempo para que ele organize suas experiências espaciais. Da mesma forma, é mais importante a realização de experiências com um pequeno número de resultados interligados do que apresentar ao aluno uma organização global e completa da geometria.

No contexto atual, pesquisas em ensino e aprendizagem de geometria destacam experiências que primam por um estudo focado na visualização e investigação. Podemos destacar Nacarato e Santos (2014), que apresentam uma proposta de aprendizagem em geometria com a utilização de fotografia e escrita; Segadas (2008), que aborda atividades de visualização de figuras espaciais; também Nasser e Tinoco (2011) e Lopes e Nasser (1996), que, com base no modelo de Van Hiele, destacam a formação de conceitos geométricos e a geometria na era da imagem e do movimento, respectivamente.

Com base nessa breve história do ensino da geometria, percebemos que ainda há muito que fazer para que esse conteúdo seja trabalhado de maneira mais adequada em sala de aula. Faz-se necessário entender o processo de ensino e aprendizagem de geometria e possibilidades de trabalho em sala de aula de Matemática. Um caminho é compreender como ocorre a construção do pensamento geométrico. Em relação a isso, destacamos um casal de professores holandeses, Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geoldof, que se incomodavam com o fato de os alunos não aprenderem geometria e decidiram pesquisar os motivos, criando assim uma teoria para a construção do pensamento geométrico, chamada Teoria de Van Hiele, que abordamos na sequência deste capítulo.

3.2 A TEORIA DE VAN HIELE E A APRENDIZAGEM GEOMÉTRICA

Segundo Nasser e Tinoco (2011), os professores holandeses Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geoldof perceberam, na década de 1950, que seus alunos tinham dificuldades em resolver tarefas de geometria, enquanto apresentavam um bom desempenho em outros tópicos da Matemática. Com base em investigações eles

desenvolveram uma teoria para explicar o desenvolvimento do raciocínio em geometria, que ficou conhecida como teoria de Van Hiele.

Em sua tese de doutorado, Pierre Van Hiele (1957) tentava explicar por que os alunos tinham problemas, ao aprenderem geometria. Já sua esposa, Dina Van Hiele-Geldof (1957), se dedicou à aplicação dessa teoria em sala de aula e, sob tal aspecto, sua tese é mais prescritiva com relação ao conteúdo de geometria e atividades de aprendizado dos alunos. Dina, infelizmente, faleceu logo depois de ter concluído sua tese e Pierre foi quem posteriormente desenvolveu e publicou a teoria, juntando as duas pesquisas.

A divulgação desses trabalhos foi dificultada pela língua em que foram escritos: o holandês. Em 1959, Pierre Van Hiele escreveu um artigo em francês, que foi apresentado num congresso de Educação Matemática na França, atraindo a atenção de pesquisadores americanos e russos, este último já citado em relação à busca de propostas para este ensino. Segundo Wirszup (1976), o currículo da escola básica na Rússia foi então reformado, atendendo aos pressupostos da teoria de Van Hiele. Somente na década de 70, o modelo ficou conhecido mundialmente, por meio de uma palestra proferida, em 1974, pelo professor Wirszup no congresso anual da Associação de Professores de Matemática Americana dos Estados Unidos.

A partir daí, diversos grupos de pesquisa de universidades americanas conseguiram apoio financeiro para investigar a fundo a teoria de Van Hiele. A década de 80 foi caracterizada pela investigação de diversos aspectos dessa teoria e ante as críticas feitas, o próprio Van Hiele propôs uma simplificação do modelo em seu livro *Structure and Insight*, publicado em 1986.

Desde os trabalhos sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, feitos por Pierre Van Hiele e sua esposa, Dina Van Hiele, os currículos de geometria passaram por mudanças. De acordo com Abu e Abidim (2013, p. 70):

O modelo de Van Hiele é um guia para a aprendizagem e um instrumento para a avaliação das habilidades dos alunos em geometria e apresenta cinco níveis de compreensão. Estes níveis informam quais são as características do processo de pensamento dos estudantes em geometria.

De acordo com a teoria de Van Hiele, os alunos apresentam modos diferentes de pensar e raciocinar geometricamente, o que pode acontecer também entre alunos e os professores. De acordo com Villiers (2010, p. 401), “[...] Van Hiele atribuíram a principal razão da falha do currículo de geometria tradicional ao fato de que o currículo era apresentado em um nível mais alto do que o dos alunos”. Desse modo, o aluno não aprendia porque o conteúdo não era apresentado num nível de compreensão adequado.

O nível inicial da teoria é a visualização e, daí em diante, o aluno progride até o nível mais elevado, que é a abstração e prova. Há uma hierarquia entre os cinco níveis, e o progresso independe da idade, pois o fator determinante para o avanço é a aprendizagem satisfatória no nível anterior.

No nível um, que é a visualização, o aluno é capaz de reconhecer visualmente uma figura geométrica como um todo, mas não reconhece suas propriedades nem é capaz de criar imagens mentais sobre elas. Por exemplo: na sala de aula, o aluno pode olhar para o quadro e dizer que ele é um retângulo, por seu formato lembrar um retângulo, não por ele ter lados opostos congruentes e ângulos retos. Além disso, ele também não faz inclusão de classes; logo, não associa que o retângulo é um paralelogramo. Vale ressaltar que, nesse exemplo, consideramos a representação do quadro, pois ele como um todo não é uma forma plana; portanto, não seria um retângulo.

No segundo nível, que é a análise, o aluno começa a identificar propriedades de uma figura e a utilizar a terminologia técnica adequada para descrevê-las, mas ainda não faz inclusão de classes. Por exemplo, ele identifica características de um quadrado e de um retângulo, mas não é capaz de chegar à conclusão de que todo quadrado é um retângulo. De acordo com Crowley (1987), nesse nível os indivíduos começam a discriminar algumas características das figuras por meio de observações e experimentações. Essas propriedades vão ser utilizadas na criação de classes de figuras, as quais passam a ser identificadas por essas partes. Nesse nível, ainda não é possível explicar as relações entre as diversas propriedades, entre as figuras, e as definições não são completamente compreendidas.

Em outras palavras, a descrição de um quadrado no nível de análise, por exemplo, é feita considerando suas propriedades: quatro lados iguais e quatro ângulos retos. Porém, o aluno não é capaz de constatar que todo quadrado é um paralelogramo.

O terceiro nível corresponde à dedução informal ou ordenação. Nesse nível, o aluno já é capaz de fazer inclusão de classes e acompanhar uma prova formal, mesmo não sendo capaz de construir outra prova. Os alunos são capazes ainda de estabelecer uma ordenação lógica das propriedades de figuras por meio de curtas sequências de dedução e compreender as correlações entre as figuras. Sendo assim, os alunos podem, por meio de deduções informais, descobrir as propriedades de uma classe de figuras.

Segundo Crowley (1987), o aluno acompanha os argumentos informais, mas ele não compreende a dedução como um todo nem o papel dos axiomas. Apesar de se utilizarem das deduções informais, nesse nível o aluno ainda não é capaz de ver a dedução como uma forma de provar verdades geométricas.

No quarto nível, que é a dedução formal, o aluno já é capaz de fazer provas formais e raciocinar num contexto de um sistema matemático completo, ou seja, ele entende o significado da dedução, o papel dos axiomas, teoremas e provas. Azevedo (2013) explica que o nível quatro é atingido quando os alunos reconhecem um conjunto indefinido de termos, definições, axiomas e teoremas e são capazes de construir provas originais que produzem um conjunto lógico de declarações que justificam as conclusões a que apresentam.

O último nível é o rigor e ele assim se caracteriza porque o aluno é capaz de comparar sistemas baseados em diferentes axiomas. Apresenta um nível bem elevado, em que se torna possível a compreensão das geometrias não euclidianas. É atingido, assim, um nível de abstração bem complexo.

No artigo *Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play*, o próprio Van Hiele (1999) discorre sobre alguns questionamentos referentes à sua teoria. Sobre o nível que o ensino de geometria deve começar, Van Hiele (1999) explica que depende do nível de pensamento dos alunos. No que diz respeito à

maneira como os alunos desenvolvem esse tipo de pensamento, Van Hiele (1999) explica que o desenvolvimento depende mais de experiências de ensino do que da idade ou da maturação biológica. Indica-se, portanto, começar com uma fase exploratória, em que os conceitos são construídos de formas graduais utilizando-se uma linguagem apropriada e culminando com atividades que os ajudem a integrar os novos conhecimentos aos que eles já sabem.

No entanto, é comum encontrarmos aulas de geometria que começam com definições prontas e poucas atividades exploratórias, gerando incompatibilidade entre o nível em que o professor ensina e o nível em que os alunos se encontram. Classificar os alunos de acordo com os níveis apresentados na teoria de Van Hiele não é uma tarefa tão simples, porém a realização de algumas atividades exploratórias pode ajudar a identificar habilidades que os alunos já construíram e outras que, mesmo de forma subconsciente, eles já começam a dar indícios de apropriação.

Salvador et al. (1994) pontuam que cada nível de raciocínio tem uma linguagem específica; sendo assim, duas pessoas de diferentes níveis podem interpretar argumentos de diferentes maneiras e não ser entendidas. Para os alunos que estão no nível um, a palavra *demonstrar*, por exemplo, não é compreendida no contexto de um problema de geometria. Já para um aluno que se encontra no nível dois, demonstrar significa encontrar um ou mais exemplos e testar experimentalmente se a propriedade se mantém. E assim sequencialmente, em cada nível, a palavra demonstrar é compreendida com base em habilidades inerentes ao nível em questão.

Sendo assim, a preocupação de professores quando afirmam que seus alunos não estão aprendendo é que não há uma compatibilidade de linguagem, já que os professores estejam utilizando uma linguagem de um nível mais elevado que a dos alunos. Por isso, é importante identificar habilidades já adquiridas pelos alunos, visando assim adequar a linguagem mesmo sem seguir os níveis de Van Hiele. O importante é compreender as diferentes habilidades e como trabalhar com os alunos de diferentes maneiras.

Segundo Gutiérrez (1992), dois campos diferentes de pesquisa podem ser considerados, ao se tratar da relação entre geometria espacial e teoria de Van Hiele. Um deles é o uso do modelo de Van Hiele para compreender e organizar o desenvolvimento de habilidades de visualização espacial; o outro é a utilização para compreender e organizar a aprendizagem da geometria espacial. Embora sejam dois campos distintos, eles estão fortemente relacionados, visto que as habilidades de visualização são a base para os estudos posteriores de geometria. Portanto, ao se tratar de ensino e aprendizagem de geometria espacial, a visualização surge como um elemento fundamental. Para Gutiérrez (1992), fica evidente que o grau de desenvolvimento dos alunos em habilidades espaciais, principalmente na visualização, influencia a sua aprendizagem em geometria espacial.

Salvador et al. (1994), sob a coordenação de Angel Gutiérrez Rodrigues, trazem algumas reflexões sobre a estrutura da teoria de Van Hiele, entre as quais a dependência dos níveis. Pela teoria, cada nível é baseado nas características do nível anterior, sendo assim não é possível adquirir as habilidades do nível dois sem ter passado pelo nível um. É interessante pontuar que o nível seguinte, de acordo com Salvador et al. (1994), começa a ser construído implicitamente e, aos poucos, vai tornando-se consciente. Quando as habilidades entram em uso conscientemente, fazendo-o refletir sobre elas, o aluno adquire o determinado nível de raciocínio. Desse modo, se o aluno apresenta habilidades que o fazem identificar figuras como um todo e começa inconscientemente mostrar indícios de identificar essas figuras também pelas suas propriedades, não podemos dizer que ele se encontra no nível dois, pois identificar propriedades ainda não é uma habilidade que ele exerce conscientemente. Somente quando ele se apropria conscientemente dessa habilidade é que podemos dizer que ele se encontra no nível dois. Porém, essa classificação tão pontual e rigorosa não será realizada nesta pesquisa. Afinal, teremos uma sala de aula com alunos em diferentes níveis e precisamos ajudar a todos a melhorar seus níveis de pensamento geométrico.

Essa questão da hierarquia de classes ainda é questionada por muitos pesquisadores, gerando críticas. Ceia (2002, p. 241) destaca que “[...] um dos aspectos que tem sido mais criticado neste modelo é a forma pouco precisa como estão definidos os vários níveis de desenvolvimento”. Isso se explica por pesquisas

como a de Gutiérrez, Jaime e Fortuny (1991), que identificaram alunos que desenvolviam simultaneamente competências de dois níveis consecutivos, apresentando assim habilidades de um superior, antes das habilidades correspondentes ao nível anterior. Isso nos leva a refletir se um mesmo aluno pode apresentar competências de um determinado nível para um conceito geométrico e de outro nível para outro conceito, já que “[...] não é claro se quando um indivíduo apresenta um conjunto de competências relativas a um determinado conceito, significa que seu nível de desenvolvimento relativo a outros é idêntico” (CEIA, 2002, p. 241).

Reconhecemos, portanto, que a questão hierárquica precisa ser discutida com atenção, mas, mesmo assim, compreendemos que há pontos importantes na teoria de Van Hiele, entre os quais a forma como ela orienta a construção do pensamento geométrico partindo da visualização. Nesse caso, recorreremos a Angel Gutiérrez para aprofundar discussões a respeito da visualização.

3.3 VISUALIZAÇÃO E CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Segundo Flores, Wagner e Buratto (2012), o termo visualização provém da psicologia e está associada às habilidades dos indivíduos para interpretar imagens. Porém, a partir da década de 80, as pesquisas em educação matemática se apropriaram do termo. Desde então, a importância do raciocínio visual para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática passou a ser enfatizada.

Para falar sobre visualização, é pertinente analisar como alguns autores a conceituam. Flores, Wagner e Buratto (2012) destacam que, segundo o dicionário Aurélio, visualização é a ação ou efeito de visualizar, transformações de conceitos em imagens reais ou mentalmente visuais. Porém, para alguns autores da educação matemática, a definição do termo difere um pouco daquele empregado na psicologia, já que “[...] na educação matemática o interesse está centrado na habilidade demonstrada pelo aluno em lidar com aspectos visuais para alcançar o entendimento matemático” (FLORES, WAGNER; BURATTO, 2012, p. 34).

Para Duval (1999), a visualização é uma atividade cognitiva intrinsecamente semiótica, não sendo meramente percepção visual, mas também representação. Já Arcavi (1999) apresenta uma perspectiva sociocultural e argumenta que nós vemos não somente o que é dado para ser visto, mas também o que não é visível aos olhos. Dessa maneira, o autor passa a conceituar visualização como um método para ver o não visto, o abstrato.

A concepção para visualização, que será tomada como referência neste trabalho, é a de Gutiérrez (1996). Para ele, a visualização na Matemática é um tipo de atividade de raciocínio baseada no uso de elementos visuais, seja mental, seja físico, realizado para resolver problemas ou provar propriedades. O autor sugere quatro principais elementos que compõem a visualização: imagens mentais, representação externa, processos de visualização e habilidades de visualização.

Sobre essas representações mentais que podemos fazer de objetos físicos, Presmeg (1986 apud GUTIÉRREZ, 1991) destaca alguns tipos: imagens concretas pictóricas, que são imagens figurativas de objetos físicos; imagens de fórmulas, que tratam da visualização da mesma maneira como seriam vistas no texto; imagens de padrões, que seriam a visualização da representação gráfica do significado de esquemas; imagens cinéticas, que são em parte física e em parte mental; imagens dinâmicas, imagens mentais em que alguns dos objetos de modificam.

Bishop (1989 apud GUTIÉRREZ, 1991) explica que as imagens visuais dos objetos que são manipulados em atividades de visualização se realizam segundo dois tipos de processos: o processamento visual e a interpretação de informação figurativa. O processamento visual diz respeito à conversão da informação abstrata em imagens visuais e também ao processo de transformação de uma imagem visual já formada em outra. Já a interpretação de informação figurativa seria o inverso do processamento visual e trata-se, portanto, do processo de compreensão e interpretação de representações visuais.

Gutiérrez (1991) chama a atenção para habilidades utilizadas pelos indivíduos para a criação e processamento de imagens visuais. Del Grande (1990 apud GUTIÉRREZ, 1991) apresenta uma relação das habilidades que podem integrar a

percepção espacial de um indivíduo, a saber:

- a) coordenação motriz dos olhos – seguir com os olhos o movimento dos objetos de forma ágil e eficaz;
- b) identificação visual – reconhecer uma figura num contexto maior, ou seja, quando ela é formada por várias partes, por exemplo, identificar uma determinada forma num mosaico;
- c) conservação da percepção – reconhecer que um objeto mantém sua forma, mesmo quando girado;
- d) reconhecimento de posições no espaço – relacionar a posição do objeto com um ponto de referência;
- e) reconhecimento das relações espaciais – identificar características de relações entre diversos objetos situados no espaço;
- f) discriminação visual – comparar vários objetos identificando semelhanças e diferenças;
- g) memória visual – recordar características visuais e posições de um conjunto de objetos que, em um dado momento, estavam à vista.

Ao escolher um modelo físico e gráfico para representar determinado conceito matemático, Gutiérrez (1998) destaca que é importante levar em consideração conhecimentos prévios dos alunos para ter o cuidado de selecionar um modelo adequado. Desse modo, as representações que são complexas para os alunos, que só transmitem conceitos de forma parcial, devem ser evitadas. Esse problema está presente quando temos que representar objetos geométricos tridimensionais por figuras planas. Portanto, “[...] a escolha de um bom modelo de representação plana de um sólido é essencial para o ensino e aprendizagem de geometria espacial” (GUTIÉRREZ, 1998, p. 194, tradução nossa).

Sendo assim, representar objetos tridimensionais por meio de figuras planas, requer capacidade de visão espacial dos alunos, o que pode ser um agravante devido às dificuldades que eles apresentam quanto aos aspectos visuais. Isso reforça a importância do professor propor atividades que desenvolvam certas habilidades visuais, tais como: identificar semelhanças e diferenças entre dois sólidos; identificar o sólido a partir de suas características dadas; listar características de um sólido.

Sobre a representação de sólidos no plano, Gutiérrez (1998, p. 198, tradução nossa) explica que “uma representação plana perfeita é a que transmite ao observador a mesma quantidade de informações que o objeto tridimensional que a representa”. Contudo, nenhuma forma de representação de um objeto tridimensional é perfeita, por isso cabe ao aluno escolher a mais adequada. Em representações com madeira, por exemplo, não se pode ver a região interior; já em outras representações, como as bidimensionais, perde-se a parte escondida. Desse modo, uma proposta interessante é construir e explorar esses diferentes tipos de representações.

Portanto, destacamos que desenhar e compreender as representações planas dos objetos tridimensionais facilita a aprendizagem da geometria espacial e melhora a sua capacidade de compreensão. Para isso, é importante que o professor acompanhe a evolução das habilidades de utilização de representações técnicas, visando evitar acúmulo de dificuldades e um possível bloqueio com a geometria.

4 POSTANDO O CAMINHO PERCORRIDO NA PESQUISA

Esta pesquisa é de natureza qualitativa e, recorrendo a Lüdke e André (2013), compreendemos que, entre outras características, ela assim se classifica porque é uma pesquisa em que o pesquisador está em contato direto com a situação; há uma tentativa em considerar a perspectiva dos participantes; o material obtido é rico em descrições e acontecimentos; a preocupação maior não está em dar uma resposta ao problema, mas em estudá-lo e verificar como ele se manifesta nas atividades.

Acreditamos que as características citadas se fazem bastante presentes nesta pesquisa, principalmente no que diz respeito à atenção pelo estudo do processo.

O caminho percorrido na pesquisa, como o título deste capítulo sugere, diz respeito aos aspectos metodológicos da pesquisa. Subdivido em seções, contamos um pouco sobre o local onde a atividade prática da pesquisa aconteceu; as turmas envolvidas; as etapas que compõem esta pesquisa como um todo; a realização da atividade piloto; a proposta de trabalho integrando dois ambientes de ensino e aprendizagem; a organização dos dados construídos ao longo do processo; e o início das etapas de análise deles.

Como já dissemos, há uma variação no verbo utilizado no texto, que, em grande parte, se encontra em primeira pessoa do plural. Porém, apesar de, durante o processo, as discussões com a orientadora sobre cada etapa terem sido constantes, a maior parte deste capítulo será apresentada em primeira pessoa do singular, pois se refere às atividades realizadas pela professora pesquisadora em sala de aula.

4.1 O LOCAL DA PESQUISA: FAZENDO *CHEK IN* E CONHECENDO O AMBIENTE

A pesquisa foi realizada em uma escola estadual localizada em Iconha-ES. Apresentei o projeto de pesquisa ao diretor da escola e solicitei formalmente autorização para realizá-la. Ele consentiu, conforme consta no termo de autorização no anexo A. É importante destacar que o termo de autorização assinado pelo diretor deixa explícito que a identidade dos alunos será preservada. A escola funciona nos três turnos e atende alunos do 6.º ano do ensino fundamental ao 3.º ano do ensino

médio: o ensino médio nos turnos matutino e noturno e o fundamental no turno vespertino. No turno noturno, funcionam ainda turmas de Educação de Jovens e Adultos (EJA) e ensino técnico profissionalizante com o curso de Logística.

O prédio da escola é bem antigo e as instalações elétrica e hidráulica também, o que é um agravante devido ao número de alunos que aumenta a cada ano. No ano de realização da pesquisa, por exemplo, não havia salas de aula vagas em nenhum dos turnos.

Além das salas de aula, a escola conta com uma sala de vídeo, que também é usada como miniauditório; um único e improvisado laboratório que atende superficialmente às disciplinas de Química, Biologia, Arte e Matemática; uma quadra para prática de esportes que também é o pátio para recreio e eventos maiores; uma biblioteca; uma sala de multirrecursos para atendimento educacional especializado no contraturno; um laboratório de informática com aproximadamente trinta computadores, dos quais apenas cinco com acesso à *internet* no período de realização das atividades da pesquisa.

Atuo nessa escola como professora de Matemática desde 2007. A partir de 2008, tornei-me efetiva e assumi as séries finais do ensino médio, nas quais continuo até o presente momento. Por algumas vezes, também atuei nas séries finais no ensino fundamental. São aproximadamente 70 professores, dos quais nove ministram a disciplina Matemática.

As disciplinas são agrupadas por área de conhecimento, sendo: códigos e linguagens, ciências humanas e ciências da natureza. Até 2014, a Matemática pertencia a esta última, junto com Química, Física e Biologia. Mas, desde então, tornou-se uma área independente, atendendo ao que propõem as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, discutidas em Lima et al. (2014). Os planejamentos são realizados semanalmente por área de conhecimento, sendo: ciências humanas às terças-feiras; ciências da natureza e matemática às quartas-feiras e códigos e linguagens às quintas-feiras.

O documento norteador dos conteúdos é o Currículo Básico da Escola Estadual, cujos livros são organizados por modalidade de ensino e área de conhecimento, mas os conteúdos estruturados em cada disciplina separadamente. Em cada documento há considerações gerais para a área e específicas, correspondentes a cada disciplina que compõe a referida área. A disciplina Matemática, por exemplo, é dividida em blocos: números e operações; geometria, grandezas e medidas; estatística e probabilidade; álgebra e funções. Os conteúdos de cada eixo são estruturados com base em competências e habilidades. De acordo com Espírito Santo (2009), os princípios norteadores do documento são os seguintes: valorização da vida; reconhecimento da diversidade na formação humana; educação como bem público; aprendizagem como direito do educando; a ciência, a cultura e o trabalho como eixos estruturantes do currículo.

A elaboração do Currículo Básico da Escola Estadual teve início em 2008 e foi produzido com base em discussões realizadas com os professores da rede estadual de ensino, coordenados pelo professor especialista de cada área. Na área de Matemática, a especialista foi a professora Maria Auxiliadora Vilela Paiva. Participei da construção desse documento, atuando como professora referência de Matemática da Superintendência Regional de Educação de Cachoeiro de Itapemirim, à qual pertence a escola em que trabalho.

Entre os objetivos apresentados no currículo básico de Matemática, é pertinente destacar:

- a) Estabelecer relação direta com a tecnologia em uma via de mão dupla: como a matemática colabora na compreensão e utilização das tecnologias e como as tecnologias podem colaborar para a compreensão da matemática.
- b) Possibilitar situações que levem o estudante a validar estratégias e resultados, de forma que possam desenvolver o raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizar conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.

Diante disso, fica evidente que a utilização das tecnologias é contemplada no Currículo Básico da Escola Estadual.

Sobre os tópicos de geometria, Espírito Santo (2009) indica o trabalho por meio da visualização e análise, trazendo, por exemplo, como alguns dos conteúdos de geometria para o ensino médio: visualização e análise de figuras geométricas (1.º ano); geometria: visualização e análise de formas poliédricas (2.º ano); geometria espacial: representação dos sólidos e cálculo de medidas (3.º ano). Uma das competências que estruturam a geometria orienta “[...] visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, por meio da análise e comparação de figuras” Espírito Santo (2009, p. 118).

Em conversa com os professores de Matemática dos anos anteriores das turmas pesquisadas, foi possível constatar que essa abordagem da geometria tendo por base a visualização não foi trabalhada nos anos anteriores (1.º e 2.º ano do ensino médio). Portanto, não iniciei pela representação dos sólidos, conforme sugerido para o 3.º ano, mas pela visualização e análise de figuras geométricas como um todo e sequencialmente os poliedros. Só posteriormente é que desenvolvi atividades envolvendo representação dos sólidos e cálculo de medidas.

4.2 O PÚBLICO PESQUISADO: ADICIONANDO AMIGOS

Depois de navegar pelo ambiente, é hora de adicionar amigos, os alunos do terceiro ano do ensino médio. Eram quatro turmas, totalizando 114 alunos. Eu mesma, pesquisadora desta investigação, era a professora regente dessas turmas em 2014. Grande parte deles foram meus alunos no ano anterior à pesquisa, alguns dos quais foram meus alunos também do 7.º ao 9.º ano do ensino fundamental.

Desse modo, ser professora de alguns alunos por um longo tempo me permitiu conhecer um pouco mais sobre suas limitações e habilidades. Além disso, a proximidade, o bom relacionamento e parceria que construí com eles ao longo do tempo contribuíram para que se dedicassem com afinco à proposta de trabalho que apresentei.

Inicialmente realizei uma entrevista com cada aluno informalmente durante as minhas aulas. Perguntei se tinham perfil no Facebook; quantas vezes por semana acessavam; se tinham computador e *internet* na residência; se também acessavam

o Facebook pelo celular; e àqueles que não tinham *internet* em casa, se tinham alguma dificuldade em acessá-la em outro local. Para facilitar a organização desses dados, construí para cada turma pesquisada uma tabela, cujo modelo se encontra disponível no apêndice A.

O objetivo dessa entrevista foi traçar o perfil de cada turma no que diz respeito ao acesso à rede social Facebook. A tabela 1 mostra alguns quantitativos sobre pontos relevantes da entrevista.

Tabela 1 – Perfil das turmas pesquisadas

Turmas	Número de alunos	Número de alunos com perfil no Facebook	Número de alunos que acessam também pelo celular	Número de alunos com <i>internet</i> na residência
3.º M 01	27	25	20	22
3.º M 02	29	29	24	22
3.º M 03	28	28	22	21
3.º M 04	30	25	15	26
Total	114	107	81	91

Fonte: Elaborado pela autora (2015).

A maioria dos alunos não reside no centro da cidade, sendo provenientes de áreas rurais. Porém, isso não é um fator determinante para que eles tenham ou não acesso à *internet*, pois quase todas as comunidades do município têm serviço de *internet*.

As turmas apresentavam características bem particulares e, apesar de, num momento posterior, todos os alunos serem considerados um único grupo, vou comentar sucintamente cada uma delas. O 3.º M 01 era a menor turma em quantitativo de alunos, porém a mais agitada. Três alunos dessa turma apresentavam, na maioria das vezes, um nível mais avançado de aprendizagem, indo além dos demais alunos, dando indícios de terem atingido o nível 3 de Van Hiele, dedução informal. Uso o termo “dar indícios”, pois não é possível com essa simples observação classificar esses alunos no nível 3, pois os níveis envolvem habilidades muito específicas, e, assim, seria necessário um olhar mais criterioso para fazer uma classificação.

Quanto ao 3.º M 02, era uma turma mais tranquila, nenhum aluno se destacou por dar indícios de estar num nível mais avançado que a visão geral que tive da turma. Também destaco que se tratava de uma turma bem unida e organizada quanto a aspectos que envolvessem a coletividade.

Já o 3.º M 03 era a única turma de que todos os alunos tinham perfil na rede social Facebook. Em contrapartida, não foi a turma mais ativa na rede. As participações eram regulares em ambos os ambientes utilizados.

Sobre o 3.º M 04, chamo a atenção para as interações estabelecidas no ambiente virtual. Havia ali um grupo muito ativo na rede social, e essa característica não se estendia à sala de aula, ambiente no qual a turma era menos ativa, apesar de os alunos serem dedicados às atividades ali realizadas.

No período em que, de fato, eu iniciava a pesquisa, após a realização da atividade piloto (que será descrita posteriormente), a escola recebeu alunos de dois municípios vizinhos cujas escolas estaduais haviam aderido ao movimento de greve. Foram 21 alunos distribuídos nas quatro turmas de terceiro ano. Porém, durante o período de realização das atividades da pesquisa, a greve foi interrompida e nove desses 21 alunos voltaram para a escola de origem. Diante dessas e de outras mudanças que afetaram o quantitativo de alunos, organizei uma nova tabela (tabela 2) justificando essa variação.

Tabela 2 – Alunos pesquisados

Turmas	Número total de alunos	Número de alunos investigados	Observações sobre os alunos que não foram investigados
3.º M 01	27	18	- Três alunos voltaram para a escola em que estudavam antes. - Três alunos não tinham perfil no Facebook. - Dois alunos foram remanejados para outro turno. - Uma aluna se ausentou da escola em parte do período da pesquisa.
3.º M 02	29	24	- Apesar de todos terem perfil no Facebook, cinco deles disseram acessar poucas vezes por semana ou raramente; logo, por decisão própria, optaram por não participar das discussões no ambiente virtual.
3.º M 03	28	26	- Dois alunos voltaram para escola em que estudavam antes.
3.º M 04	30	21	- Quatro alunos voltaram para escola que estudavam antes. - Dois foram remanejados para outro turno. - Dois não tinham perfil na rede social. - Um se ausentou da escola no período da pesquisa para tratamento de saúde.
Total	114	89	

Fonte: Elaborado pela autora (2015).

Desse modo, 89 alunos participaram efetivamente da investigação. É importante pontuar que todos os alunos participavam das atividades realizadas no ambiente presencial, mesmo aqueles que não participavam do ambiente virtual. Nos momentos em que acessei o Facebook em sala de aula, eles puderam ter contato com o ambiente. Em outros momentos, trouxe impressas algumas atividades que estavam postadas no ambiente virtual, para que eles pudessem realizá-las. Porém, eles interagiram com os colegas apenas em sala de aula. Como essa investigação destaca a importância da relação entre esses dois ambientes, esses alunos que não tinham perfil no Facebook não foram considerados sujeitos da investigação. Sendo assim, a tabela 3 mostra o perfil dos alunos que foram considerados sujeitos dessa investigação.

Tabela 3 – Perfil dos alunos que participaram da investigação

Turmas	Número de alunos investigados	Número de alunos investigados que participaram da atividade piloto	Número de alunos investigados que acessam o Facebook também pelo celular	Número de alunos investigados com <i>internet</i> na residência
3.º M 01	18	15	15	14
3.º M 02	24	20	21	17
3.º M 03	26	23	21	18
3.º M 04	21	20	14	18
Total	89	78	71	67

Fonte: Elaborado pela autora (2015).

Diante dos dados apresentados na tabela 3, é possível constatar que aproximadamente 88% dos alunos investigados participaram da atividade piloto, pois alguns alunos se matricularam na escola depois da realização da atividade piloto. Mesmo assim, não apresentaram dificuldade em interagir no ambiente.

Sobre o acesso dos alunos à rede social Facebook, cerca de 80% também acessavam pelo celular. Desse modo, as atividades em que a realização era possível via celular tiveram maior aceitação. Uma delas foi a discussão de problemas de investigação envolvendo visualização, postados no ambiente virtual em arquivo de Word. Era possível visualizar esses arquivos no dispositivo móvel e instantaneamente resolver e discutir com os colegas. Outras atividades, como aquelas em que era necessário ter determinados aplicativos instalados como suporte para alguns *softwares* de geometria dinâmica, já não tinham tantos acessos quanto as que podiam ser feitas pelo celular.

Conforme mostra também a tabela 3, nem todos os alunos investigados tinham *internet* em sua residência e isso corresponde a aproximadamente 25%. Nesses casos, na entrevista, eu também perguntava sobre como acessavam o Facebook e se havia alguma dificuldade de acesso. Só uma aluna disse que tinha um pouco de dificuldade, mas que fazia isso nos finais de semana, na casa de algum parente. Os outros que não tinham *internet* em casa disseram não ter dificuldade em acessar o Facebook, pois acessavam pelo celular ou na casa de vizinhos e parentes. Como as atividades postadas no ambiente virtual tinham prazos (geralmente de dez dias), combinei com esses alunos que me procurassem se houvesse alguma dificuldade

ou imprevisto. E assim eles faziam e eu ajustava os prazos especificamente para eles. Outras situações também aconteceram com os que tinham *internet* em casa, como problema na transmissão, o que é muito comum na cidade. Nesses casos, eu também ajustava os prazos visando sempre atender às necessidades. Esses casos, porém, foram bem pontuais e não ocorriam com todas as atividades, sendo assim casos isolados.

Os *amigos adicionados*, como o título desta seção sugere, foram identificados por nomes fictícios, criados por mim para aqueles cujas falas utilizei ou a cujas falas fiz referência no decorrer do texto. O termo de Consentimento Livre e Esclarecido (anexo C), que foi assinado pelos responsáveis e que se encontra em minha posse, deixa claro que serão respeitados os nomes ou qualquer outro dado ou elemento que possa identificá-los, garantindo assim o sigilo e atendendo à ética na pesquisa. Visando preservar todo e qualquer dado de identificação, ao utilizar os comentários que os alunos postaram no ambiente virtual, não fiz *printscreen* da postagem, mas digitei cada comentário trocando assim os nomes dos alunos que porventura foram citados nos textos do diálogo. Ao transcrever as postagens dos alunos, apenas essa alteração foi feita. Todos os demais aspectos textuais foram mantidos, inclusive possíveis erros ortográficos e de concordância.

4.3 AS ETAPAS DA PESQUISA: ATUALIZANDO O *FEED* DE NOTÍCIAS

A seguir serão apresentadas as etapas realizadas para efetivação desta investigação, bem como as atividades e os instrumentos de coleta de dados utilizados em cada uma delas. Algumas dessas etapas serão ou já foram exploradas com maior profundidade em outras partes desta dissertação, por isso a descrição será bem objetiva. O propósito desta seção é possibilitar uma visibilidade ao leitor, num contexto bem amplo, sobre cada uma das etapas.

1.^a etapa: revisão bibliográfica

Iniciou-se desde os primeiros momentos da construção do projeto de pesquisa no final de 2013, porém intensificou-se durante a execução da parte prática da pesquisa, entre os meses de março e junho de 2014. Teve continuidade até o final de 2014, culminando na qualificação. Consistiu numa coletânea de trabalhos

recentes na área de tecnologias da informação e comunicação, e em processos de ensino e aprendizagem de geometria, alguns dos quais inclusive integrando esses dois temas.

2.^a etapa: atividade piloto

A atividade piloto foi realizada nos meses de março e abril de 2014 e foi desenvolvida para que os alunos se familiarizassem com a dinâmica do trabalho que seria desenvolvido. Além disso, foi importante para diagnosticar possíveis dificuldades que surgiriam, buscando assim sua superação e possibilitando melhor aproveitamento do trabalho posterior.

3.^a etapa: entrevista com os alunos

Esta etapa da pesquisa consistiu numa entrevista, realizada individualmente com os alunos, e objetivou identificar pontos importantes para a metodologia de trabalho que seria proposta e traçar o perfil das turmas. Como já foi citado, a entrevista foi realizada de maneira bem informal durante minhas aulas e, com o auxílio de uma tabela, pude sistematizar os dados e traçar o perfil dos alunos no que diz respeito à utilização da rede social Facebook. Os resultados dessa entrevista já foram apresentados quando escrevi sobre o público pesquisado.

4.^a etapa: criação do grupo no Facebook

Ocorreu em maio de 2014 e compreendeu a criação do grupo “sólidos geométricos” e a inserção de todos os alunos nesse grupo, para que iniciássemos de fato as atividades práticas que serviriam de base para análise desta pesquisa. É válido ressaltar que não utilizei meu perfil pessoal para a pesquisa, mas criei um novo perfil no Facebook chamado de *Organdi Pesquisa Mestrado*. A partir dele, criei um grupo restrito aos alunos envolvidos e os adicionei.

5.^a etapa: esboço do plano de trabalho

Tendo como base a revisão bibliográfica, o propósito desta etapa foi traçar um plano de trabalho para as atividades práticas. Para isso foram selecionadas as atividades que seriam realizadas em sala de aula e no ambiente virtual, bem como a forma de estabelecer a relação entre esses ambientes. Essa etapa aconteceu entre maio e julho de 2014.

Mais adiante será apresentado um quadro mostrando as atividades desenvolvidas em cada ambiente (quadro 1), em que as tarefas do plano de trabalho serão apresentadas.

6.^a etapa: realização das atividades integrando os dois ambientes

Compreende a realização das atividades práticas da pesquisa, que também ocorreram entre maio e julho de 2014, paralelamente à construção do plano de trabalho. Foi durante esta etapa que os dados começaram a ser construídos, por meio de registros num diário de bordo.

7.^a etapa: aplicação dos questionários

Após a realização das atividades, ocorreu a aplicação de dois questionários: um sobre a metodologia realizada (apêndice B), chamado de “questionário sobre a percepção dos alunos”, com o intuito de os alunos expressarem sua opinião sobre a dinâmica de trabalho; e o outro referente aos conteúdos de geometria (apêndice C), chamado de “questionário sobre os sólidos geométricos”. Os questionários foram uma importante fonte para construção e análise de dados da pesquisa.

8.^a etapa: retomada de alguns conteúdos

Com a correção do questionário sobre os sólidos geométricos, foi possível perceber que muitas habilidades ainda não haviam sido construídas pelos alunos. Sendo assim, retomar a discussão de alguns conceitos foi uma forma de buscar sanar certas deficiências.

Esse processo ocorreu no início de julho de 2014, quando as atividades práticas da pesquisa foram finalizadas.

9.^a etapa: retorno das discussões e aplicação de questionário final

Esta etapa foi realizada no final de novembro e início de dezembro de 2014 e compreendeu a retomada das discussões iniciais sobre sólidos geométricos e a aplicação de um novo questionário, chamado de questionário final, sobre o mesmo assunto, envolvendo aproximadamente cinco aulas.

É pertinente destacar que tal etapa não estava prevista inicialmente e que, em virtude dos desdobramentos da pesquisa com a continuidade dos estudos de geometria espacial, foi relevante aplicar um novo questionário visando identificar novas habilidades construídas. Mais adiante esses desdobramentos da pesquisa serão discutidos e analisados.

10.^a etapa: análise de dados

Os dados para análise foram construídos durante todo o processo de realização das atividades e a análise, dividida em níveis que se foram integrando e culminando num processo de análise tendo como base as relações de interação no ambiente virtual. Com base nessas relações, foram identificadas habilidades relacionadas à construção do pensamento geométrico, embasadas nos referenciais teóricos sobre ensino de geometria.

4.4 A ATIVIDADE PILOTO: CRIANDO UM EVENTO

Possibilitar aos alunos compreender a dinâmica de trabalho integrando sala de aula e rede social, bem com diagnosticar possíveis dificuldades e buscar estratégias para superá-las, foi o objetivo da atividade piloto. Portanto, a *criação deste evento* contribuiu para melhor desenvolvimento de atividades que, de fato, serviram de base para esta investigação.

Para a atividade piloto, foram criados dois ambientes no Facebook, um grupo e uma página, ambos chamados “Praticando Matemática”. Das quatro turmas envolvidas na pesquisa, duas interagem no ambiente grupo e duas no ambiente página, cujas atividades postadas nos dois ambientes eram as mesmas. Por meio dessa dinâmica, foi possível avaliar a funcionalidade de cada ambiente, bem como a interação e o envolvimento dos alunos. Essa avaliação ocorreu por meio da minha observação e análise, com foco no envolvimento dos alunos com a atividade e com o ambiente em questão, bem como na interação entre eles.

Assim, foi possível constatar que, no espaço grupo, houve mais interação entre os alunos, além de este possuir funções que a página não possuía, como postar no mural um arquivo em PDF ou Word.

A primeira atividade postada foi “cubo vermelho”, que consistia em um jogo de lógica no qual o jogador deveria movimentar, utilizando as setas do teclado, um “cubo vermelho” sobre uma sequência de pisos com o objetivo de chegar ao final do trajeto. Porém, dependendo da cor do piso, não seria possível passar sobre ele mais de uma vez, o que dificultava desfazer um movimento errado (disponível em <http://rachacuca.com.br/jogos/cubo-vermelho>). Postei o *link* da página, de forma que, ao clicar, o aluno era direcionado para o jogo. Além do *link*, escrevi um pequeno texto explicativo sobre a atividade e solicitei que, ao realizá-la, deixasse um comentário sobre o grau de dificuldade do jogo.

Minha primeira sensação foi de decepção, pois nenhum aluno comentou em nenhum dos dois ambientes, o que me fez imaginar que o trabalho com o Facebook seria um fracasso. Ao chegar à escola, no dia seguinte, percebi uma discussão no corredor onde ficavam as salas de aula do terceiro ano e, ao me aproximar, pude ouvir que a discussão era sobre a atividade “cubo vermelho”. Os alunos discutiam o nível que haviam atingido na atividade, e, ao perceber a receptividade pela atividade, dirigi-me a cada turma e expliquei que seria muito interessante se eles escrevessem e postassem, nos comentários na atividade, tudo aquilo que estavam falando naquele momento. E assim, ainda timidamente, começaram a surgir as primeiras postagens dos alunos.

A atividade “cubo vermelho” não tinha relação direta com o conteúdo que estávamos estudando em sala de aula. O propósito inicial era o aluno navegar no ambiente, familiarizar-se e ver novas possibilidades para a utilização da rede social e, como se tratava de um jogo, seria uma forma leve e descontraída de fazer isso.

As duas atividades seguintes foram postadas uma semana após a primeira, as quais também não tinham relação direta com o conteúdo estudado em sala de aula. Tratava-se de um problema envolvendo área, que postei anexando um arquivo no formato Word, e do jogo calculadora quebrada, da mesma página que continha a atividade “cubo vermelho”. Porém, o problema envolvendo área foi postado apenas no grupo, já que na página não era possível anexar arquivo em Word.

As interações continuavam tímidas. Daí veio a ideia de utilizar meu computador e minha *internet* (já que o servidor da escola bloqueava o acesso às redes sociais), para acessar o ambiente virtual em sala de aula e, com auxílio de um projetor, navegar e mostrar as atividades para a turma, como forma de fomentar a participação dos alunos na rede social. Assim, todos visualizavam as atividades postadas, faziam comentários orais sobre elas e isso os motivava a acessar o ambiente virtual em casa e escrever comentários nas atividades. Essa estratégia foi positiva, pois a participação no ambiente virtual aumentou.

Na atividade seguinte, publicada na terceira semana de trabalho, comecei a estabelecer relação com o conteúdo estudado em sala de aula, que, na ocasião, era probabilidade. Postei o *link* de uma pequena reportagem que abordava a probabilidade de acertar na mega-sena e pedi que eles lessem para discutirmos em sala. A figura 1 mostra um recorte dessa postagem.

Figura 1 – Postagem sobre probabilidade na atividade piloto



Praticando Matemática
2 de abril de 2014 · 🌐

▼

PROBABILIDADE...

Na aula do dia 02/04 iniciamos as discussões sobre probabilidade. Segue o link de uma reportagem sobre a "probabilidade de ganhar na mega-sena".

Analise bem a tabela contida nessa reportagem. Será que vale a pena marcar mais dezenas no cartão da mega-sena???

Esse questionamento levantado aqui será discutido em sala de aula no dia 07/04 (segunda-feira) quando continuaremos nossas discussões.

Boa leitura!!!



Confira probabilidades de acertar na Mega-Sena da Virada

Expectativa da Caixa é de que o prêmio chegue a R\$ 200 milhões. Apostas podem ser feitas até as 14h do dia 31 de dezembro.

G1.GLOBO.COM

29 pessoas alcançadas

Anunciar publicação

Curtir · Comentar · Compartilhar


▼

Fonte: Arquivo da autora (2014).

Numa outra situação, realizamos um exercício em sala de aula que abordava os impostos pagos pelos produtos que compramos e, na ocasião, discutimos sobre o tema. Para dar continuidade às discussões, postei, no ambiente virtual, o *link* de um programa jornalístico, cujo vídeo falava sobre a nova lei que entrava em vigor e sobre a nota fiscal em que deveria vir especificada a porcentagem de imposto pago nos produtos comprados. Pedi que eles assistissem ao vídeo e comentassem.

Mais algumas atividades foram postadas, mas tive o cuidado de postar apenas uma ou duas por semana, para que os alunos tivessem tempo de se dedicar a ela, por mais simples que fosse. Além disso, os textos para leitura eram pequenos e de fácil entendimento e os jogos divertidos e adequados à faixa etária. Todas as atividades foram simples e, reafirmando o que já disse, o objetivo era que o aluno se familiarizasse com essa nova função da rede social.

A atividade piloto ocorreu por aproximadamente um mês e aos poucos os alunos foram acostumando-se a utilizar o Facebook para uma finalidade educativa.

A realização da atividade piloto foi de fundamental importância para a pesquisa, visto que possibilitou identificar alguns problemas e buscar suas soluções, escolher o ambiente mais propício para interação e dar uma finalidade educativa à rede social, até então vista apenas como espaço de lazer e bate-papo.

4.5 COMENTANDO A PROPOSTA DE TRABALHO INTEGRANDO OS DOIS AMBIENTES

Após a realização da atividade piloto e da entrevista com os alunos, foi criado um único grupo na rede social Facebook para as quatro turmas envolvidas, o qual foi chamado de “sólidos geométricos” e no qual, durante aproximadamente 40 dias, foram desenvolvidas as atividades. Foram 16 aulas presenciais de Matemática em maio, junho e julho de 2014.

O principal objetivo da prática foi integrar dois ambientes de aprendizagem: sala de aula (ambiente presencial) e grupo criado no Facebook (ambiente virtual). Este último é caracterizado como uma extensão da sala de aula com a finalidade de interação e comunicação, tendo como base discussões realizadas presencialmente nas aulas de matemática. Além disso, o ambiente virtual também se caracteriza pela possibilidade de agregar outros recursos multimídia, como um vídeo, o link para acesso a outro ambiente, dentre outros. É importante mencionar que o acesso individual ao ambiente virtual ocorreu fora da escola, em virtude de o acesso às redes sociais não ser liberado pelo servidor da escola em estudo. Assim, cada aluno, em sua residência, acessava por computador ou celular.

Paralelamente ao ambiente virtual, no ambiente presencial, foram desenvolvidas atividades diferenciadas envolvendo principalmente os dois primeiros níveis da teoria de Van Hiele: visualização e análise. Algumas atividades remetiam ao nível três, dedução informal, mas apenas alguns alunos mostraram indícios de ter atingido esse nível. O conteúdo abordado foi sólidos geométricos, com destaque para os poliedros, explorando assim perspectiva, representação de poliedros no plano,

manuseio de representações dos sólidos em cascas para explorar semelhanças e diferenças entre os sólidos, bem como a utilização da nomenclatura correta, entre outras atividades com foco no desenvolvimento de habilidades visuais.

As aulas desenvolvidas presencialmente eram conduzidas para que os alunos visualizassem e analisassem as formas geométricas em questão e fizessem algumas deduções simples, como a relação de Euler. Várias atividades envolvendo visualização foram realizadas e caracterizavam-se por utilizar material concreto, *softwares* de visualização, trabalhos em grupo, construções geométricas, entre outros. A interação entre os alunos, bem como entre professor e alunos, tinha como suporte o processo dialógico de aprendizagem, fundamentado em Freire (1987) e discutido no capítulo 2.

Nesse ínterim, no ambiente virtual eram realizadas atividades sobre sólidos geométricos por meio de vídeos e plataformas que permitiam trabalhar com geometria dinâmica, resolução e discussão de problemas envolvendo visualização, postagem de materiais produzidos. Além disso, ocorriam discussões via resolução de problemas, em que os alunos deveriam postar sua resposta e interagir com o colega, lendo as respostas deles e fazendo considerações. Cada uma dessas atividades era interligada com as atividades realizadas em sala de aula. Algumas discussões começavam em sala de aula e se estendiam para o ambiente virtual; outras tinham como base uma postagem no ambiente virtual, cuja discussão se estendia à sala de aula. O papel de estabelecer esse elo entre os dois ambientes era do professor, no caso, eu mesma. Para facilitar a visualização das atividades desenvolvidas em cada ambiente, bem como a relação entre esses ambientes, foi organizado um quadro demonstrativo (quadro 1).

Quadro 1 – Atividades desenvolvidas em cada ambiente

N.º de aula(s) no ambiente presencial	Atividades desenvolvidas no ambiente presencial	Atividades desenvolvidas no ambiente virtual	Relação entre os ambientes
Uma aula de 55 minutos.	<p><i>Apresentação do espaço virtual.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Acesso ao ambiente virtual (com auxílio de um projetor) com a finalidade de orientar os alunos sobre a utilização do ambiente. 	<p>Atividade de abertura: <i>Se a geometria fosse um bicho, qual bicho ela seria? Justifique.</i></p>	<p>Discussão em sala de aula de algumas respostas já apresentadas pelos alunos na dinâmica do bicho, realizada no ambiente.</p>
Uma aula de 55 minutos.	<p><i>Sólido oculto na caixa.</i></p>	<p>Link para acesso à página http://www.uff.br/cdme, em que havia uma ferramenta que possibilitava observar e movimentar girando 360º os sólidos de Platão.</p>	<p>Visualização das características dos sólidos, porém, em sala de aula, com material concreto e no ambiente virtual com auxílio de <i>software</i>.</p>
2 aulas de 55 minutos cada uma.	<p><i>“Explorando sólidos geométricos.”</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - manuseio das representações dos sólidos em cascas e separação em grupos (poliedros e corpos redondos), e subgrupos (prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera). - Acesso ao ambiente virtual para realização coletiva da atividade. 	<p>Link para acesso à página http://www.uff.br/cdme, onde havia uma ferramenta que possibilitava observar e movimentar girando 360º os sólidos de Platão.</p>	<p>Visualização das características dos sólidos. Porém em sala de aula com material concreto e no ambiente virtual com auxílio de <i>software</i>.</p>
3 aulas de 55 minutos cada uma.	<p><i>Representando poliedros em perspectiva:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Tipos de perspectiva com destaque para perspectiva isométrica. - Construção de blocos com material dourado e representação de sua projeção ortogonal superior, frontal e lateral. - Trabalho com fotos: perspectiva forçada. 	<ul style="list-style-type: none"> - Sólidos em perspectiva: <i>link</i> de acesso a uma página onde era possível movimentar os sólidos para depois responder à pergunta do problema proposto. - Postagem das fotos criadas em perspectiva forçada. 	<p>As atividades realizadas em cada ambiente eram bem próximas, porém com recursos diferentes.</p>
3 aulas de 55 minutos cada uma.	<p><i>Representando poliedros em perspectiva:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Apostila sobre perspectiva com realização de variadas atividades, como fazer a representação de alguns blocos constituídos por cubos; construção dos sólidos dados utilizando material dourado para 	<p>Resolução dos problemas envolvendo visualização:</p> <ul style="list-style-type: none"> - cubos pintados - a peça que falta - o quebra-cabeça da letra H 	<p>As atividades em cada ambiente aconteciam paralelamente. Enquanto, em sala de aula, os alunos utilizavam material dourado para trabalhar com perspectiva, no ambiente virtual resolviam problemas envolvendo visualização de blocos</p>

	posterior representação desses sólidos no plano em perspectiva isométrica, bem como suas projeções ortogonais.		formados por cubos e remetendo assim às atividades que eram desenvolvidas em sala de aula.
1 aula de 55 minutos.	<i>Vértices, faces e arestas de um poliedro.</i> -Discussão do vídeo apresentado no ambiente virtual com a finalidade de iniciar as discussões sobre a relação existente entre o número de vértices, faces e arestas de um poliedro.	Link para acesso ao vídeo que mostrava, com o auxílio de um <i>software</i> , os sólidos de Platão e sua planificação, bem como a passagem de uma forma a outra. Quando na forma espacial identificava o número de vértices, faces e arestas.	O vídeo serviu de base para a aula no ambiente presencial. Depois da discussão em sala de aula, os alunos deveriam voltar ao ambiente virtual e comentar o vídeo com as conclusões observadas.
1 aula de 55 minutos.	<i>Relação de Euler.</i> - Continuação das atividades envolvendo relação de Euler com o objetivo de os alunos chegarem à relação.	Sólidos duais: movimentar os sólidos, observar, analisar e levantar conclusões.	Em ambos os ambientes, o objetivo das atividades era contribuir para que os alunos deduzissem relações entre os elementos (vértice, face e aresta) num único poliedro, na relação de Euler, e entre os dois poliedros que formavam os sólidos duais.
1 aula de 55 minutos.	<i>Corte em sólidos.</i> - Aula no laboratório de matemática e utilização de material concreto: barra de sabão, faca, água, representações dos sólidos em cascas.	Resolução de atividades envolvendo sessão plana formada pelo corte.	As atividades desenvolvidas em aula presencial serviam de base para a resolução da atividade postada no ambiente virtual.
2 aulas de 55 minutos.	<i>Diagonal do cubo e do paralelepípedo.</i> -Demonstrações das fórmulas para o cálculo das medidas das diagonais do cubo e do paralelepípedo.	Resolução de questões de ENEM envolvendo os conceitos estudados até então.	As questões envolviam as discussões realizadas em sala.
1 aula de 55 minutos.	<i>Revisão dos conceitos estudados.</i> - Construção de mapas conceituais em pequenos grupos.	Postagem do mapa no ambiente virtual para discutir sobre ele.	Discussão de alguns mapas no ambiente virtual.

Fonte: Arquivo da autora (2014).

As aulas presenciais não foram consecutivas, pois, no período de pesquisa, ocorreram alguns feriados e também, em virtude de a Copa do Mundo de Futebol ter ocorrido aqui no Brasil, não eram letivos os dias em que houve jogo da seleção brasileira. Apesar dessa descontinuidade das aulas presenciais, as discussões

sobre o conteúdo não foram interrompidas, pois, mesmo ficando por um período maior sem aula presencial, as atividades eram postadas no ambiente virtual, o que contribuiu para que não houvesse uma “quebra” nas discussões, fazendo com que as interações e aprendizagens ocorressem num processo contínuo.

As atividades desenvolvidas, apresentadas no quadro 1, eram planejadas e reestruturadas constantemente de acordo com as necessidades que emergiam das discussões no ambiente presencial. Por isso, a flexibilidade do planejamento é tão importante nesse tipo de prática, afinal elas ocorrem numa zona de risco. Diariamente eram realizadas anotações sobre pontos marcantes das aulas, construindo assim um diário de bordo e começando a construção dos primeiros dados para análise. Também diariamente eu acessava o ambiente virtual para ler as interações dos alunos e fazer interferências visando fomentar mais ainda essas interações. Desse modo, já fui selecionando determinados diálogos e fazendo *printscreens* dessas postagens.

As atividades do ambiente virtual eram postadas semanalmente, duas ou três no máximo, para que não sobrecarregasse nem desmotivasse os alunos. Cada atividade tinha um período de realização preestabelecido que girava em torno de dez dias. Fiz isso para que garantisse a relação de reciprocidade entre os ambientes, pois não faria sentido o aluno discutir um conteúdo em sala de aula e outro no ambiente virtual, já que a proposta de pesquisa deixa bem claro que a ideia principal é que os ambientes não sejam vistos isoladamente, mas como complemento um do outro. Outro suporte para garantir que realmente os alunos fizessem a atividade dentro do prazo foi atribuir nota a algumas delas, como parte do trabalho avaliativo do trimestre. Se o aluno não fizesse dentro do prazo, não receberia os pontos correspondentes àquela atividade. Não eram todas as atividades que valiam nota e, naquelas que não eram avaliativas, eu escrevia a importância de elas também serem realizadas. Se o aluno tivesse algum imprevisto e não conseguisse cumprir a atividade dentro do prazo, ele me procurava e eu ajustava o prazo para que ele pudesse fazer. Isso não foi frequente, ocorrendo poucos casos de ajuste de prazos.

Poucos foram os alunos que fizeram apenas as atividades avaliativas. A maioria fazia todas, avaliativas ou não. A participação deles no ambiente virtual fluiu muito bem. No início, eles apenas respondiam ao que era proposto, sem dialogar com o colega, mas depois esses diálogos começaram a aparecer e se intensificar, construindo assim mais dados para análise.

4.6 ORGANIZAÇÃO PARA ANÁLISE DOS DADOS

A construção dos dados se iniciou em maio de 2014, com as atividades integrando os dois ambientes, presencial e virtual, e terminando em dezembro desse mesmo ano, com a retomada de alguns conceitos e aplicação do questionário final.

Para melhor descrição do processo, organizamos a construção dos dados em níveis, a saber: pré-análise, construção e organização de instrumentos para análise, análise inicial e análise final. Explicamos a seguir cada um desses níveis, mostrando que eles foram se integrando, o que resultou no nível final de análise.

Nível de pré-análise

Esse nível corresponde às observações realizadas no decorrer das atividades desenvolvidas em sala de aula e no ambiente virtual durante o estudo de sólidos geométricos. Para isso, foi criado um diário de bordo, dividido em duas partes: atividades de sala de aula e atividades do ambiente virtual. Em cada um desses espaços constavam registros de pontos marcantes que surgiram durante o processo com base em discussões realizadas e em interações dos alunos.

Acreditamos que a escrita dos alunos no ambiente virtual representa não só uma fonte riquíssima para análise, pois ela reflete a aprendizagem deles nesse ambiente, como também uma extensão daquilo que foi construído em sala de aula. Da mesma forma, o conhecimento construído no ambiente virtual se reflete na sala de aula. Portanto, os dados provenientes de qualquer um dos dois ambientes não podem ser vistos isoladamente.

É importante destacar que a seleção desses dados para o diário de bordo foi feita tendo como base os objetivos desta pesquisa. Logo, entendemos que esse processo

representa uma pré-análise.

Nível de construção e organização de instrumentos para análise

Consideram-se instrumentos de análise as interações dos alunos nos ambientes utilizados para esse estudo, sejam escritas, sejam orais, bem como os três questionários aplicados, dos quais dois sobre os conteúdos trabalhados envolvendo sólidos geométricos e um sobre a percepção dos alunos a respeito da metodologia de trabalho desenvolvida.

A construção dos questionários sobre os sólidos geométricos teve como base a caracterização feita por Lopes e Nasser (1996) sobre os níveis de Van Hiele, bem como as considerações de Gutiérrez (1991) sobre habilidades que integram a percepção espacial de um indivíduo. Cada questão contemplava uma habilidade específica, preestabelecida com base nos referenciais teóricos citados. Em ambos havia questões objetivas e subjetivas, estas prevalecendo.

Já o questionário sobre a percepção dos alunos foi constituído de 12 perguntas subjetivas que versavam sobre o trabalho desenvolvido. Esse questionário ajudou-nos a analisar a opinião dos alunos sobre a metodologia de trabalho em cada um dos dois ambientes de estudo, principalmente sobre a integração desses ambientes.

Quanto aos demais dados construídos no decorrer do processo investigativo, que são representados pelas interações dos alunos nos dois ambientes, eles foram organizados num diário de bordo, conforme explicamos no nível de pré-análise. Para organização das atividades realizadas em sala de aula, foram registrados principalmente trechos de diálogos e fotos das atividades. Já a respeito das atividades realizadas no ambiente virtual, selecionamos trechos de interações entre os alunos.

Nível inicial de análise

A análise inicial tem por base os dados até então construídos por meio dos questionários aplicados, os quais, nesta etapa, começaram a ser formalizados visando subsidiar o nível posterior de análise.

Do questionário sobre a percepção dos alunos, nosso objetivo foi trazer para o texto a voz dos alunos e mostrar quão significativo ou não foi o trabalho para eles. Para isso, nesta etapa, selecionamos algumas respostas apresentadas por eles, buscando analisar o senso comum sobre determinados pontos. Dos questionários sobre sólidos geométricos, selecionamos algumas questões visando analisar habilidades de visualização e análise.

É importante destacar que nenhum nível de análise desta pesquisa tem como propósito classificar os alunos nos níveis de Van Hiele, e sim identificar algumas habilidades construídas pelos alunos, tendo como base as características do nível visual e do nível de análise. Essas habilidades, por sua vez, não são hierárquicas.

Organizamos um quadro para apresentar as habilidades que foram consideradas nesse nível inicial de análise.

Quadro 2 – Habilidades para análise inicial e final dos dados

Questionário sobre sólidos geométricos aplicado em julho de 2014	
Visualização e análise	Habilidade 1 – Identificar determinado tipo de sólido num conjunto de imagens contendo vários sólidos. Habilidade 2 – Listar características de um sólido representado no plano. Habilidade 3 – Identificar o sólido a partir de uma característica específica. Habilidade 4 – Identificar, dado um conjunto de características, todas as que se relacionam com o sólido representado no plano.
Questionário final (sobre sólidos geométricos) aplicado em novembro de 2014	
Visualização	Habilidade 5 – Identificar diferenças entre dois sólidos, dadas suas imagens. Habilidade 6 – Identificar semelhanças entre dois sólidos, dadas suas imagens. Habilidade 7 – Reconhecer que um sólido mantém sua forma mesmo quando girado.
Análise	Habilidade 8 – Identificar o sólido a partir das características dadas. Habilidade 9 – Listar características do sólido dado. Habilidade 10 – Identificar, dentre os sólidos representados no plano, aquele que apresenta as características dadas.

Fonte: Arquivo da autora (2015).

Para melhor estruturar a análise dessas habilidades, foram construídos, de acordo com a divisão feita na tabela, três gráficos de barras duplas que têm por objetivo fazer um paralelo entre o número de erros e acertos em cada habilidade.

Nível final de análise

Este nível compreende a etapa mais formal da análise que, por sua vez foi resultante dos níveis anteriores. O propósito foi discorrer sobre o processo de construção do pensamento geométrico do aluno, tendo como base algumas habilidades compreendidas no nível visual e de análise, analisadas com base nos tipos das interações dos alunos no ambiente virtual.

Tendo como base algumas interações virtuais selecionadas no nível de pré-análise, identificamos as propriedades das interlocuções, classificadas por Bairral e Powell (2013) como informativa, negociativa, avaliativa e interpretativa, bem como algumas habilidades relacionadas à construção do pensamento geométrico, identificadas nas interlocuções dos alunos. Posteriormente relacionamos essas habilidades que emergiram das interlocuções com as habilidades preestabelecidas para análise dos questionários, conforme mostrou quadro 2.

5 NAVEGANDO PELAS ATIVIDADES E ANALISANDO AS INTERAÇÕES E HABILIDADES DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Neste capítulo, apresentamos análises de dados construídos ao longo da pesquisa. Essas análises, porém, se dividem em quatro partes com diferentes objetivos.

Na seção *compartilhando as atividades mais curtidas*, selecionamos duas das atividades realizadas para contar a história e descrever como foi a realização delas em cada ambiente. Não abordamos com profundidade as interações nem as habilidades construídas, pois isso será feito na próxima seção. Trata-se, portanto, de uma análise descritiva e geral das atividades que subsidiaram a parte prática da pesquisa.

Compartilhando algumas interlocuções virtuais é a seção em que fizemos a análise final dos dados e corresponde a uma integração das análises previamente feitas. Com base nas interlocuções selecionadas no ambiente virtual, exploramos suas propriedades e destacamos habilidades relacionadas à construção do pensamento geométrico. Na seção *comentando os desdobramentos da pesquisa*, pretendemos mostrar os reflexos do trabalho desenvolvido, o fruto colhido. Para isso, novamente fazemos uma análise descritiva contando algumas histórias que identificamos como consequência da prática desenvolvida.

Por fim, nossa última seção de análise de dados é *curtindo os comentários dos alunos*, na qual olhamos para a metodologia desenvolvida trazendo para o texto a opinião dos alunos sobre cada ambiente utilizado e sobre a relação estabelecida entre esses ambientes.

Obviamente em todas essas seções, estabelecemos relação entre as discussões e as bases teóricas da pesquisa. Além disso, antes de iniciarmos cada análise, explicamos, com mais detalhes, como foram realizadas.

5.1 COMPARTILHANDO AS ATIVIDADES MAIS CURTIDAS

Durante o período de realização da pesquisa, várias atividades foram desenvolvidas. Explorar todas essas atividades com a profundidade que uma pesquisa de mestrado requer seria inviável. Portanto, para a seleção das atividades que seriam analisadas, recorreremos a incidentes críticos ou significativos que Silva (2009) explica que são específicos de cada professor. Diante disso, foram consideradas como incidentes críticos as atividades que, no ambiente presencial, tiveram mais envolvimento por parte dos alunos e, no ambiente virtual, interações mais intensas, como sugere o título desta seção com a expressão *mais curtidas*, a qual remete à linguagem utilizada nas redes sociais. É importante destacar que as atividades com interações mais intensas no Facebook foram aquelas correspondentes às atividades com maior envolvimento em sala de aula. Isso é perfeitamente compreensível quando se reflete sobre a forma como os dois ambientes foram abordados, complementando um ao outro. Percebe-se, assim, que a participação ativa dos alunos em um dos ambientes se reflete automaticamente na do outro.

Sendo assim, tendo por referência os incidentes críticos já destacados, os trabalhos realizados em sala de aula, selecionados para um olhar mais profundo e fundamentado, são *explorando os sólidos geométricos e representando poliedros em perspectiva*, bem como suas correspondentes atividades no Facebook.

É importante pontuar que, apesar de analisarmos apenas duas das atividades desenvolvidas, compreendemos que as demais estão implícitas nesse processo, pois, quando destacamos algumas habilidades, por exemplo, elas foram construídas não apenas por uma atividade específica, mas também pelo conjunto de tudo que foi desenvolvido até sua realização.

Portanto, exploramos como foi o desenvolvimento dessas tarefas nos ambientes presencial e virtual, bem como destacamos relações estabelecidas entre eles. O objetivo não é mostrar cada ambiente de forma separada, mas fazer um *vaivém* entre sala de aula e Facebook, como de fato ocorreu na prática.

5.1.1 Explorando os sólidos geométricos

A atividade teve duração de duas aulas presenciais, sendo a primeira realizada no improvisado laboratório de Arte/Química/Biologia/Matemática. No espaço desse laboratório, havia uma mesa bem grande, onde foi possível que todos os alunos sentassem ao redor. No centro da mesa foram colocadas as representações dos sólidos em cascas, confeccionados em acrílico. Esses objetos não serão chamados por nós de sólidos geométricos, pois consideramos como sólido apenas objetos maciços, e, como os objetos a que nos referimos são ocos, serão chamados de representações de sólidos em cascas.

Iniciei a aula explicando sobre bidimensional e tridimensional e os erros muito comuns que cometemos, ao dizermos, por exemplo, que uma folha A4 é um retângulo, pois desprezamos a sua espessura e a consideramos uma forma plana. Na sequência, dirigi-me ao conjunto das representações dos sólidos em cascas no centro da mesa e solicitei que os alunos separassem em dois grupos: os que rolam e os que não rolam. Eles começaram a separação e, em alguns casos, testavam as peças para ver se rolavam.

Em todas as turmas, houve uma confusão com rolar e tombar. Peguei um poliedro e, ao perguntar se ele rolava, um aluno respondeu que *dependia da força*. Por meio da experimentação, eles perceberam que era diferente rolar e tombar, não dependendo assim da força como sugeriu o aluno. Sobre isso, Silva (2009) chama a atenção para a importância de definir o que estamos adotando com a palavra utilizada. Segundo a autora, “precisamos definir o que significa rolar quando falamos em sólidos geométricos” (SILVA, 2009, p. 235). Neste caso, compreendemos rolar como girar em torno do próprio eixo de maneira que a interseção entre o sólido e o plano seja sempre a mesma.

Dando continuidade, limitei-me ao grupo dos poliedros e falei sobre vértices, faces e arestas solicitando que os alunos contassem a quantidade desses elementos em determinados poliedros. Na ocasião, eu estava explorando os primeiros contatos visuais dos alunos com os sólidos, ou seja, explorava atividades do nível 1 da teoria de Van Hiele, que se caracteriza, segundo Lopes e Nasser (1996, p. 12), pela

“identificação, comparação e nomenclatura de figuras geométricas, com base em sua aparência global”. Eu ainda nem havia explorado, em maior profundidade, a questão da nomenclatura e comparação entre os objetos que estávamos manuseando. Porém, quando utilizei três poliedros como exemplo para que os alunos contassem o número de vértices, faces e arestas, o aluno Euler logo percebeu que havia uma relação entre esses elementos e começou a buscar uma forma de generalizar isso. Na ocasião, dialoguei com o aluno e disse que de fato havia, mas que exploraríamos isso mais adiante. Senti um pouco de dificuldade em saber como proceder nesse momento, pois, como os outros alunos ainda estavam num nível bem inicial, pensei que avançar tanto iria interferir negativamente na construção do pensamento geométrico deles. O que fiz foi, no fim da aula, conversar com esse aluno em particular e fazer alguns questionamentos que o deixasse curioso, estimulando-o a refletir sobre as explicações que havia feito, para que percebesse, assim, a relação no número de vértices, faces e arestas. De fato, isso aconteceu em algumas aulas mais adiante, quando abordei a relação de Euler com a turma e deixei que eles construíssem essa relação com base na exploração de poliedros regulares e na construção de uma tabela. Na turma desse aluno, ele foi o primeiro a estabelecer a relação correta.

O pseudônimo Euler foi escolhido por mim para esse aluno por causa dessa aula. Ele não chegou à relação de Euler de fato, mas percebeu que havia uma relação entre os elementos vértice, face e aresta. Se as exposições que ele fez tivessem sido mais exploradas, possivelmente ele teria estabelecido a relação correta no número de vértices, faces e arestas de um poliedro naquele momento.

A situação descrita me fez recorrer à teoria de Van Hiele, refletindo sobre a questão da hierarquia entre os níveis, proposta pela teoria. Ressalto Gutiérrez, Jaime e Fortuny (1991) que identificaram ser possível desenvolver habilidades de um nível superior antes das habilidades correspondentes ao nível inferior.

Com a situação apresentada, há indicativos de que o aluno deu um “salto” entre os níveis, pois no nível 1, em que possivelmente ainda lhe faltava construir algumas habilidades, ele apresentou indícios de estar no nível 3, ao fazer deduções simples, buscando estabelecer uma relação no número de vértices, faces e arestas de um

poliedro. Ao mesmo tempo que, nesse aspecto, deu um “salto”, em outros conceitos relacionados a sólidos geométricos, ele ainda estava no nível da visualização, conforme foi possível perceber com a continuidade da aula. Sendo assim, é possível estar num nível mais avançado em determinado conceito, enquanto em outro, num nível aquém. Ou seja, os níveis não são uma escada em que é necessário subir degrau por degrau para chegar ao nível mais alto. Ceia (2012) deixa isso evidente, ao explicar que não podemos afirmar que, quando um indivíduo apresenta competências relativas a um determinado conceito, significa que seu nível de desenvolvimento para outros conceitos seja o mesmo.

Dando continuidade à aula, falei sobre poliedros regulares e pedi que eles os identificassem entre os demais. Explorei esse grupo de poliedros fazendo algumas perguntas, de forma que os alunos percebessem certas características. Com os poliedros restantes, orientei que eles fossem divididos em dois outros subgrupos (prismas e pirâmides), mas não mencionei o critério de separação nem a nomenclatura, deixando isso a critério dos alunos. Essa foi a parte em que eles tiveram mais dificuldade, pois consideraram características isoladas para agrupar, por exemplo: juntaram todos os que tinham faces triangulares num mesmo grupo; logo, o prisma de base triangular ficou junto com as pirâmides. Somente depois de dialogarmos sobre considerar o objeto como todo, é que eles refletiram sobre a separação que haviam feito, voltando a analisar as características do grupo de poliedros como um todo. Com os corpos redondos, a separação em grupos ocorreu com mais facilidade. E assim explorei características, nomenclatura e algumas propriedades simples dos sólidos geométricos. Ressalto que me limitei, nesse momento, aos corpos redondos, ao falar de não poliedros.

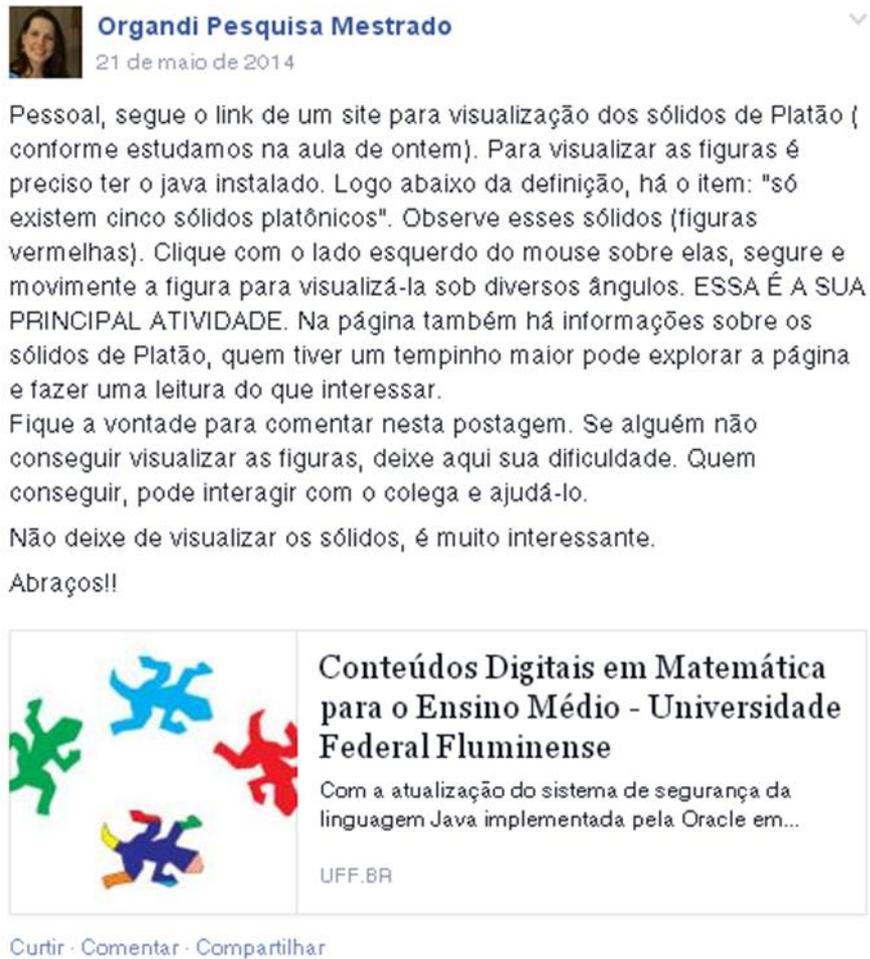
Durante a explicação dos poliedros regulares, o aluno Roni confundiu quadrado com cubo e, mesmo após algumas explicações, ele insistia em chamar o cubo de quadrado. Somente após a representação de ambos no plano (desenho no quadro), é que ele conseguiu visualizar o quadrado como bidimensional e o cubo como tridimensional. Por meio de análises de interlocuções no ambiente virtual e de algumas questões dos questionários, foi possível constatar que essa foi uma confusão comum a outros alunos, sobre a qual falaremos adiante.

Ao final da aula, os alunos começaram a registrar, em seu caderno, parte das discussões que tivemos, porém, como o tempo de aula não foi suficiente para que terminassem de efetuar os registros, em casa continuaram o trabalho utilizando o ambiente virtual onde postei um *link*, de forma que os alunos fossem direcionados para uma atividade, que se encontra disponível em <<http://www.uff.br/cdme/>>.

A página em questão é bem dinâmica e aborda um pouco da história dos poliedros platônicos, a relação desses poliedros com a natureza e com a tecnologia, uma demonstração geométrica simples sobre porque existem apenas cinco poliedros platônicos, algumas definições, além das imagens desses cinco poliedros, sendo possível girar e observá-los sob os diversos ângulos.

Esse *link*, feito entre ambiente virtual e a página em que os alunos deveriam realizar a tarefa, representa uma das características atribuídas por Bairral (2009) para a informática educativa, que é a integração de mídias. Um ambiente virtual pode, portanto, dispor de ferramentas que permitam incluir outros recursos como neste, o *hiperlink*, que direcionou os alunos para outro ambiente. A figura 2 mostra os comandos da tarefa postada no ambiente virtual.

Figura 2 – Comando da atividade no ambiente virtual



Organdi Pesquisa Mestrado
21 de maio de 2014

Pessoal, segue o link de um site para visualização dos sólidos de Platão (conforme estudamos na aula de ontem). Para visualizar as figuras é preciso ter o java instalado. Logo abaixo da definição, há o item: "só existem cinco sólidos platônicos". Observe esses sólidos (figuras vermelhas). Clique com o lado esquerdo do mouse sobre elas, segure e movimente a figura para visualizá-la sob diversos ângulos. **ESSA É A SUA PRINCIPAL ATIVIDADE.** Na página também há informações sobre os sólidos de Platão, quem tiver um tempinho maior pode explorar a página e fazer uma leitura do que interessar.

Fique a vontade para comentar nesta postagem. Se alguém não conseguir visualizar as figuras, deixe aqui sua dificuldade. Quem conseguir, pode interagir com o colega e ajudá-lo.

Não deixe de visualizar os sólidos, é muito interessante.

Abraços!!

Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio - Universidade Federal Fluminense
Com a atualização do sistema de segurança da linguagem Java implementada pela Oracle em...
UFF.BR

Curtir · Comentar · Compartilhar

Fonte: Arquivo da autora (2014).

Alguns alunos comentaram a postagem, entre os quais a Deby, que disse: *“gostei achei muito interessante, e me ajudou a entender melhor o porque só existe 5 sólidos platônicos”*. A maioria dos alunos, porém, não conseguiu fazer a atividade, pois, para que se utilizasse o *software* disponível na página, era necessário ter alguns programas instalados e atualizados. Poucos alunos conseguiram fazer essa atualização e, conseqüentemente, realizar a tarefa. Outros, mesmo tentando, não conseguiram, mas realizaram a leitura da página, como destaca a aluna Luma: *“No meu computador eu não consegui abrir as imagens, mas a explicação está ótima. As definições estão bem explicadinhas e gostei da aplicação dos sólidos na natureza e na cultura”*.

Diante da dificuldade apresentada por muitos alunos, utilizei meu computador e com o auxílio de um projetor, acessei a página e realizei a tarefa coletivamente com as

turmas, em sala de aula. Não foi o ideal, mas foi o possível para que todos pudessem ao menos visualizar as possibilidades da página. É pertinente destacar que as dificuldades sempre vão existir, ainda mais quando trabalhamos com a utilização das novas tecnologias. Isso é característico da zona de risco na qual nos colocamos quando saímos de uma sala de aula tradicional onde tudo é previsível. Mas há sempre caminhos que podem ser utilizados para sanar, mesmo que em pequena parte, essas dificuldades que surgirem.

5.1.2 Representando poliedros em perspectiva

O trabalho com a representação dos poliedros em perspectiva veio logo na sequência ao trabalho com as representações dos sólidos em cascas, descrito na seção anterior.

Por meio de uma apresentação em Power point, iniciei as discussões sobre perspectiva e abordei algumas, entre as quais a perspectiva isométrica, que seria utilizada para algumas atividades de visualização na sequência das aulas. Nessa atividade, os alunos conheceram a malha isométrica e começaram a utilizá-la, desenhando um cubo e um paralelepípedo.

Dado continuidade a essa aula, no ambiente virtual havia uma tarefa sobre perspectiva. Essa tarefa já havia sido postada, porém seria discutida nesse momento. A figura 3 mostra os comandos para essa atividade.

Figura 3 – Comandos da atividade sobre perspectiva



Organdi Pesquisa Mestrado

21 de maio de 2014

Turminha, mais uma atividade para visualização. São três passos para seguir. Vc deverá acompanhá-los e responder o questionamento feito (mentalmente). As figuras também podem ser "manuseadas" utilizando o mouse: clique, segure e movimente.

Esta também não será avaliada, mas gostaria que vcs registrassem por meio de comentários o que acharam da atividade. Não deixe de ler o comentário dos colegas e interagir (discutindo também os conteúdos matemáticos, claro).

Beijos!!

Fonte: Arquivo da autora (2014).

A atividade estava na mesma página que os alunos já haviam apresentado dificuldade em acessar, porém, como eu havia feito todo o passo a passo para atualizar os programas necessários e abrir o *software* utilizado, imaginei que mais alunos conseguiriam acessar, como de fato aconteceu. Mesmo assim, a maioria não conseguiu realizar a atividade. A figura 4 mostra a primeira parte da atividade que todos conseguiram visualizar. Somente a partir da segunda parte é que não conseguiram, pois se utilizava o *software* de geometria dinâmica para movimentar as imagens, mostrando assim que não se tratava de imagens iguais.

Figura 4 – Atividade sobre perspectiva



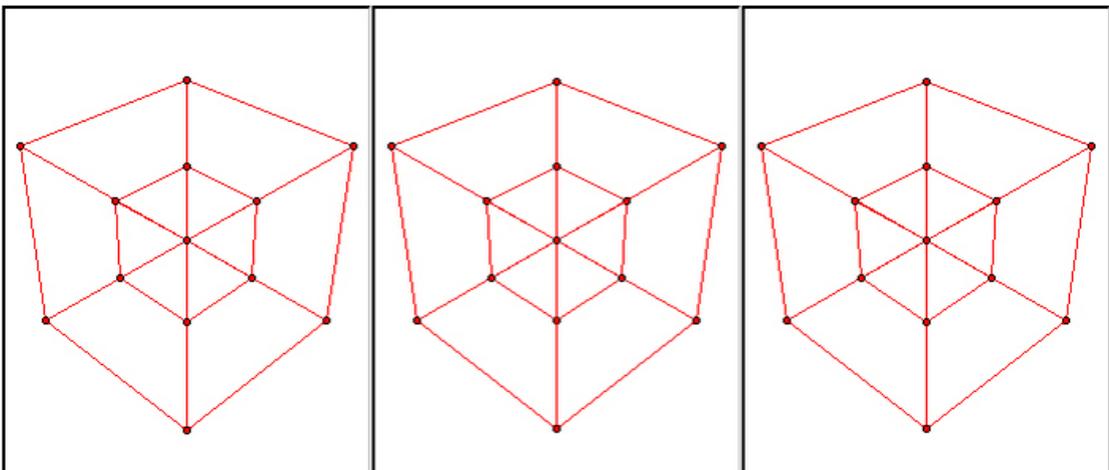
Passo 1 de 3

Experimento 4

As três figuras nos quadros abaixo são estáticas (você não pode interagir com elas). **O que você acha que os objetos vermelhos representam? Eles podem ser iguais? Eles podem ser diferentes?** Anote a sua resposta no formulário e passe para o passo seguinte!







Fonte: Arquivo da autora (2014).

Transcrevo, na sequência, os comentários que alguns alunos postaram sobre essa atividade:

Deby: *nossa, muito bom isso! Quando eu olhei pensei q eram 3 figuras iguais, mas depois me surpreendi quando movi as figuras, eles estavam em posições diferentes mas que formava a mesma coisa... Mas será que da para fazer isso com outras formas?*

Kelly: *As figuras do 1 passo deu para visualizar mas 2 e 3 não deu, mas deu para mim entender mesmo elas estando posições diferentes formava mesma coisa. Vou entender melhor se você professora mostrar na sala de aula.*

Novamente, fiz o mesmo procedimento: acessei em sala de aula com as turmas e realizamos coletivamente. Na ocasião, discutimos também o questionamento feito pela aluna Deby no ambiente virtual.

A utilização de tecnologias como *software* tem contribuído para atividades de visualização no ensino de geometria. Essas atividades confirmam o que Borba e Villarreal (2005 apud SHEFFER, 2012, p. 45) pontuam, ao afirmarem que “[...] o conceito de visualização tem evoluído muito nos últimos anos, considerando-se as inúmeras possibilidades que se apresentam a partir das tecnologias”.

Dando sequência aos estudos sobre perspectiva no ambiente presencial, e com auxílio de material dourado⁵ para manipulação, os alunos construíram blocos e fizeram a representação deles por meio do que Kaleff (2003) chama de representação em três vistas (superior, frontal e lateral) e que Gutiérrez (1998) chama de representação em projeção ortogonal.

Não havia um padrão para o bloco a ser construído, os alunos poderiam utilizar quantos cubinhos fossem necessários. De maneira geral, os alunos não apresentaram dificuldade em fazer a representação por meio da projeção ortogonal superior (vista superior), mas essa facilidade não se manteve para construir as projeções ortogonais frontal e lateral. A figura 5 mostra os blocos construídos por alunos e algumas projeções (vistas) feitas por um deles em seu caderno.

⁵ Segundo Freitas (2004), o material dourado foi criado para auxiliar o ensino e a aprendizagem do sistema de numeração decimal-posicional e dos métodos para efetuar operações fundamentais, porém hoje também é utilizado para o estudo de frações, cálculo de áreas e volumes, entre outros.

Figura 5 – Representação por meio da projeção ortogonal



Fonte: Arquivo da autora (2014).

Durante as discussões sobre perspectiva, citei como exemplo determinados tipos de fotos em que as proporções reais dos objetos são alteradas visando produzir um efeito em que um objeto pequeno, por exemplo, parece muito maior que outro que, na realidade, seria maior que ele, ou vice-versa. Ao mostrar exemplos desse tipo de foto e ver como os alunos ficaram curiosos, surgiu a ideia de fazer um trabalho com fotos em perspectiva forçada⁶. Discuti com a turma como esse tipo de foto é produzido e como a perspectiva é empregada. Os alunos foram divididos em grupos e deveriam produzir uma foto em perspectiva forçada utilizando componentes do grupo na imagem e depois publicar essa foto no ambiente virtual para apreciação dos demais alunos. A figura 6 mostra duas fotos produzidas por eles.

Figura 6 – Exemplos de fotos em perspectiva forçada, produzidas pelos alunos



Fonte: Arquivo da autora (2014).

⁶ Trata-se de uma técnica fotográfica em que se busca alterar as proporções naturais entre os objetos enquadrados. Para isso, os objetos menores são colocados num primeiro plano, de modo que pareçam maiores que os objetos realmente maiores colocados num plano de fundo.

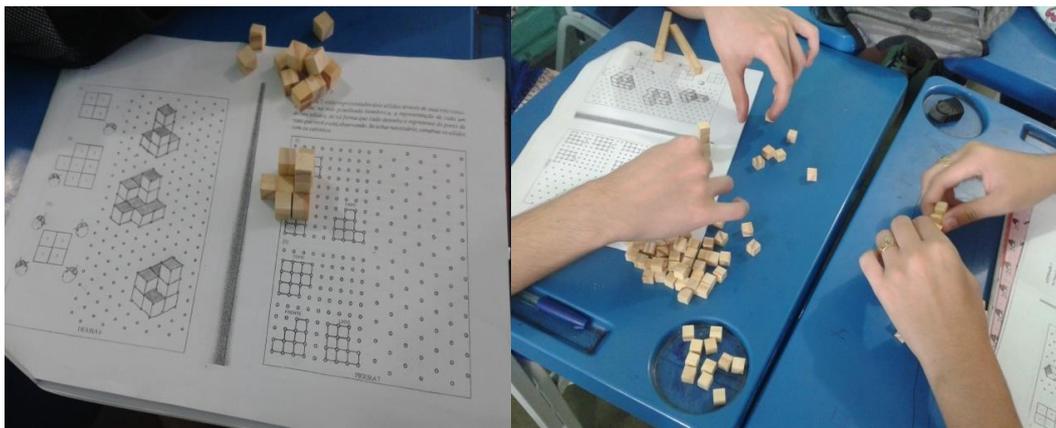
Nesta atividade, o ambiente virtual foi utilizado para a postagem das fotos, sendo um canal para divulgar o trabalho realizado, para que os alunos pudessem ter acesso ao trabalho dos colegas, bem como curtir e comentar esses trabalhos.

A atividade teve uma ótima aceitação pelos alunos, pois envolveu tarefas corriqueiras para a maioria dos internautas: utilizar o celular, fotografar, compartilhar em rede social. Além disso, como destacam Nacarato e Santos (2014), o ato fotográfico estabelece um fio condutor para os aspectos da visualização e da representação geométricas, potencializando o ensino da geometria.

Dando continuidade ao estudo sobre perspectiva, algumas atividades do livro *Vendo e entendendo os poliedros*, de Kaleff (2003), foram organizadas em uma apostila (anexo D) e realizadas durante três aulas. Os alunos trabalharam em grupo e utilizaram o material dourado como apoio manipulativo. As atividades da apostila consistiam em fazer representações em perspectiva isométrica tendo como base o sólido construído com material dourado (ou outro material composto de cubos) ou a representação desse sólido feita no plano. Atividades envolvendo projeção ortogonal, ou vistas, também foram abordadas, bem como a representação cotada de um sólido. Segundo Carvalho (2010), o termo representação cotada é utilizado por Kaleff (2003) para as representações em que se recorre a números que indicam quantos cubos existem em cada direção perpendicular ao observador. Já para Gutiérrez (1998), esse tipo de representação é denominado de projeção ortogonal codificada.

Além de abordar as representações em perspectiva, as atividades da apostila tiveram por objetivo desenvolver habilidades visuais importantes para o desenvolvimento do pensamento geométrico. A figura 7 mostra algumas atividades realizadas.

Figura 7 – Realização de tarefas da apostila



Fonte: Arquivo da autora (2014).

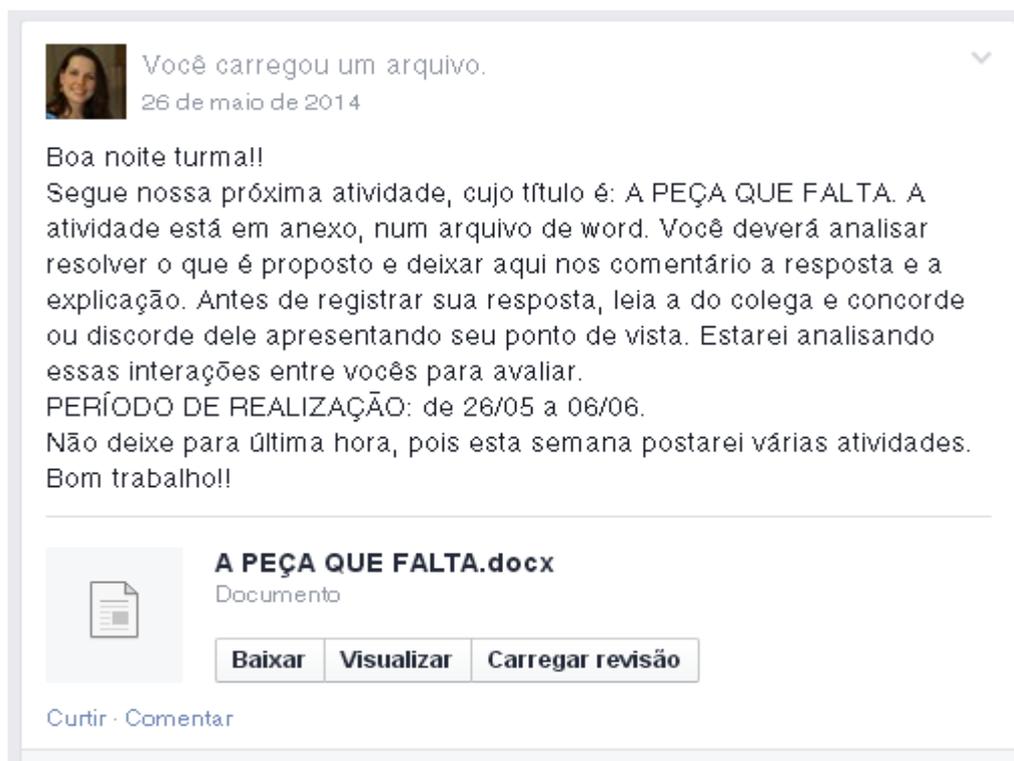
As atividades desenvolvidas nesta etapa se justificam com os estudos de Gutierrez sobre representação de sólidos no plano. Gutiérrez (1998) investiga as formas de instruir os alunos nos diferentes métodos de representação dos objetos tridimensionais, destacando a necessidade de o aluno manipular o sólido para vê-lo em uma posição parecida com sua representação.

Enquanto essas atividades eram realizadas em sala de aula, os alunos, no ambiente virtual, resolviam problemas envolvendo visualização, proveniente do livro *Visualizando figuras espaciais*, sob a coordenação de Claudia Segadas (2008), do Projeto Fundão, da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Esses problemas remetiam às atividades realizadas em sala de aula, pois se utilizavam de cubinhos e construções de blocos com eles. Essas tarefas eram publicadas no grupo, no ambiente virtual, por meio de um arquivo em Word. Foram três problemas: a peça que falta; cubos pintados; o quebra-cabeça da letra H. Esses três problemas serão apresentados e discutidos na seção seguinte.

A figura 8 mostra a postagem feita e os comandos para a resolução de uma dessas atividades.

Figura 8 – Postagem do problema “A peça que falta”



Fonte: Arquivo da autora (2014).

As discussões dos problemas citados foram atividades ricas em interações e, conseqüentemente, em dados para análise. Na seção seguinte, apresentamos e analisamos algumas dessas interações.

Os alunos se envolveram bastante nas atividades sobre perspectiva, tanto as realizadas no ambiente presencial como as no ambiente virtual. Antes do início do trabalho com a apostila, em sala de aula, alguns alunos reclamaram e disseram que seria muito difícil. Essa impressão se desfez logo na primeira aula. Fiquei surpresa com o envolvimento dos alunos, alguns dos quais apresentaram dificuldade para desenhar utilizando malha isométrica, e principalmente para fazer as representações dos sólidos no plano. Foi uma pequena parte que apresentou esse tipo de dificuldade. De acordo com Gutiérrez (1998), essas dificuldades ocorrem por envolver dois passos: interpretação da figura plana para convertê-la num objeto tridimensional e a interpretação desse objeto para convertê-lo no objeto geométrico de estudo.

Ressalto que o fato de as atividades serem realizadas em grupos contribuiu para que, por meio da interação e do diálogo, os alunos superassem as dificuldades. Desse modo, os alunos participavam ativamente do processo, enriquecendo a própria aprendizagem e a do colega por meio de um diálogo rico em argumentação e questionamento, caracterizando um tipo de diálogo que Freire (1987) afirma contribuir para a formação crítica e que é o foco do processo dialógico de aprendizagem.

5.2 COMPARTILHANDO ALGUMAS INTERLOCUÇÕES VIRTUAIS

Na seção anterior, fizemos uma análise mais descritiva, apresentando duas atividades que integraram a prática pedagógica desta pesquisa. Já nesta seção, apresentamos uma análise mais profunda, discorrendo sobre a aprendizagem geométrica com base nas interlocuções dos alunos no ambiente virtual.

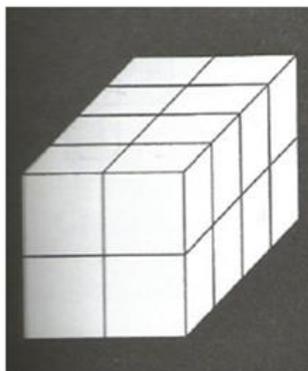
Primeiramente, selecionamos algumas interlocuções virtuais dos alunos no intuito de identificar as quatro propriedades das interlocuções, apresentadas por Bairral e Powell (2013). Mediante essas interlocuções, foram identificadas habilidades do pensamento geométrico e, quando possível, estabelecida uma conexão com aquelas habilidades construídas no nível inicial de análise, quando os questionários foram elaborados. Selecionamos algumas interlocuções, pois evidentemente não há como explorar todas, devido ao grande número de alunos pesquisados.

A atividade apresentada por meio da figura 9 foi postada em 26 de maio de 2014 e trata de um problema envolvendo visualização.

Figura 9 – Problema “Cubos Pintados”

CUBOS PINTADOS

Dezesseis cubos de 1 cm de lado são colocados juntos, formando o paralelepípedo representado abaixo.



A superfície do mesmo foi pintada de verde e, em seguida, os cubos foram separados. Qual o número de cubos com exatamente duas faces verdes?

Fonte: Segadas (2008).

Na resolução da atividade, os alunos interagiram utilizando diferentes propriedades da interlocução. Nas interlocuções a seguir, por exemplo, identificamos as do tipo informativas, pois os alunos limitaram-se a manifestar uma informação, sem explorá-la ou mesmo levantar outras discussões.

Jonas: *8 cubos ficarão com as duas faces pintadas de verde!!*

Wesley: *são 8 cubos com 2 faces pintadas.*

Maria: *8 cubos com 2 faces.*

Além da propriedade informativa da interlocução, percebemos, nas respostas dadas pelas alunas Fernanda e Isabel, interlocuções interpretativas.

Fernanda: *Depende muito da interpretação! RS Então, acho que estou confusa para responder kk mas analisando os comentários aqui deixados, de certo modo concordo que sejam 8 cubos, 2 faces pintadas.*

Isabel: *Concordo com a Fernanda, fiquei meio confusa, mas depois de analisar os comentários, vi que realmente teriam 8 cubinhos com 2 faces pintadas.*

Conforme mostram as interlocuções, as alunas assumem não se sentirem seguras para responder, mas, com a leitura das respostas dadas pelos demais colegas, foi possível pensar na situação apresentada buscando entendê-la. Isso reforça que

discurso e interação são importantes componentes para o aprendizado matemático, conforme afirma Bairral (2007).

No diálogo a seguir, os alunos Euler, Janaína e Jair interagem mutuamente buscando a solução de um problema: a possibilidade de haver cubinhos com uma única face pintada de verde. As interações são bem expressivas e percebemos a predominância da interlocução negociativa, pois os interlocutores buscam coletivamente uma solução.

Deby: *Eu acho que são 8 cubinhos que irão ficar com somente 2 faces pintadas de verde, pois só as duas carreiras é que ficarão com duas de suas faces verdes.*

Valci: *concordo com a Deby pois os cantos tem 3 faces que foram pintadas!!!*

Janaina: *concordo com a Deby, serão 8 cubinhos com duas faces verdes, pois os outros serão de uma ou três faces pintadas.*

Euler: *exato, os quadrados pintados que estão no meio do paralelepípedo são os que terão 2 faces pintadas, ou seja, oito, porem só para fazer uma correção Janaina acredito que não haverá quadrados com apenas uma face pintada.*

Janaina: *Depende, se a parte de baixo também for pintada, realmente não terão quadrados com apenas uma face pintada.*

Jair: *Também concordo que seja oito quadrados assim como os outros, pois ao pintarmos a superfície só os cubos do meio é que ficarão com duas de suas faces pintadas de verde. Os do canto terão três faces pintadas de verde. Portanto nenhum dos cubos terão apenas uma face pintada viu Janaina.*

Janaina: *Tá ok. Apenas interpretei de outro jeito! Kkkk.*

Euler: *se a parte de baixo não for pintada o resultado vai ser 8, porem vai haver quadrados com só um lado pintado.*

Janaina: *Disso que eu tava falando kkk.*

Jair: *Mas a parte de baixo também é superfície, só para lembrar.*

Euler: *porem Jair depende da interpretação, pois se consideramos a superfície como todos os lados que se pode ver em qualquer situação seu pensamento esta correto, porem se imaginarmos q superfície representa os lados visíveis no momento então o “Teorema da Janaina” está correto.*

No início da interação, os alunos Valci e Janaína manifestam-se mostrando concordância com a resposta dada pela Déby. Contudo, ambos não se limitam a

concordar, mas também emitem um julgamento a fim de aprofundar o raciocínio. Da mesma forma, o Euler se manifesta pontuando o que considera certo e errado na resposta dada pela Janaína, porém essa interlocução não é avaliativa, pois ele também manifesta argumentos aprofundando o raciocínio, ao explicar que “os quadrados pintados que estão no meio do paralelepípedo são os que terão 2 faces pintadas”. Desse modo, a interlocução desses alunos pode ser classificada como interpretativa. Em sua argumentação, ainda em sua primeira fala, Janaína diz que os demais cubinhos terão três ou uma face pintada de verde, gerando assim outra discussão iniciada pelo Euler, que, em sua fala, explica para Janaína: “Acredito que não haverá quadrados com apenas uma face pintada”. Daí em diante, ele, a Janaína e o Jair iniciam uma discussão a respeito da possibilidade de haver cubinhos com uma única face pintada, predominando assim a interlocução negociativa.

Mesmo predominando esse processo negociativo, outras interlocuções também são observadas. Por exemplo, quando a Janaína responde: “ta ok. Apenas interpretei de outro jeito! Kkk”, ela apenas emite uma informação, o que caracteriza uma interlocução informativa.

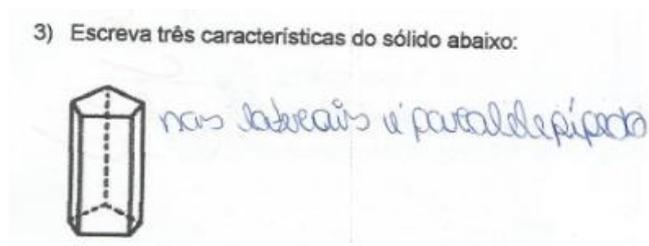
Constatamos, assim, que interlocuções negociativas nos permitem analisar, de forma mais ampla, os seus interlocutores, indo além daquilo que eles escreveram. Isso vem afirmar o que Bairral e Powell (2013, p.66) explicam sobre esse tipo de interlocução, no qual “[...] participantes engajados em interlocuções negociativas têm o potencial de desenvolver conjuntamente ideias matemáticas e formas de raciocínio que emergem nos discurso dos interlocutores [...]”.

Observamos que isso se aplica na interlocução negociativa apresentada pelos alunos Euler, Jair e Janaina, da qual emergem considerações importantes sobre o pensamento geométrico, como a carência de certas habilidades. Apesar de fazer análises pertinentes ao contexto da discussão, Euler comete um erro, ao chamar os cubos de quadrados. Com isso, percebemos que ainda há uma confusão entre as formas plana e espacial. Essa confusão também está presente na escrita da aluna Janaína, que, na primeira vez, utilizou o termo cubinhos; na segunda, depois de ler o argumento do Euler, ela também utiliza quadrados. Jair comete o mesmo erro. Como foi uma interlocução escrita, não podemos afirmar que eles erram por não

saber. Pensamos que eles soubessem diferenciar quadrado de cubo; porém, notamos que, no processo da linguagem, esses termos ainda são trocados. Se fosse uma atividade presencial, poderíamos questionar essa fala dos alunos.

Não foi difícil encontrar outros erros que remetessem a essa confusão entre plano e espacial. Observamos alguns deles, ao analisarmos os questionários sobre sólidos geométricos (figura 10), em que um aluno diz que as laterais do prisma são paralelepípedos ao invés de retângulos ou mesmo paralelogramos.

Figura 10 – Questão do questionário sobre sólidos geométricos

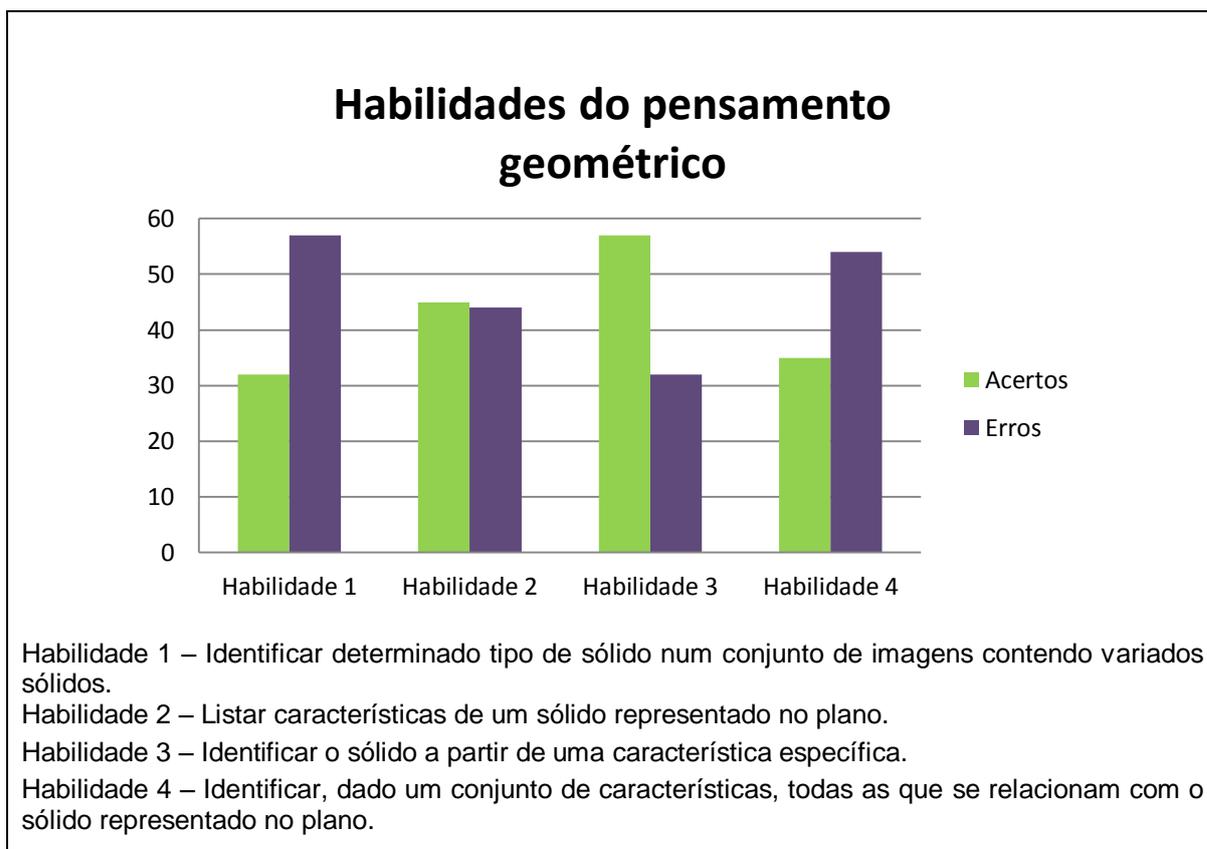


Fonte: Arquivo da autora (2014).

Com base nessa observação feita por meio da interação entre alguns alunos no ambiente virtual, analisamos outras habilidades geométricas explorando as cinco primeiras questões do questionário sobre sólidos geométricos, aplicado em julho (apêndice C).

O gráfico 1, que tem por objetivo fazer um comparativo entre o número de erros e acertos, mostra algumas habilidades que começaram a ser construídas pelos alunos até julho.

Gráfico 1 – Habilidades do pensamento geométrico



Fonte: Arquivo da autora (2015) (Questionário “Sólidos geométricos”).

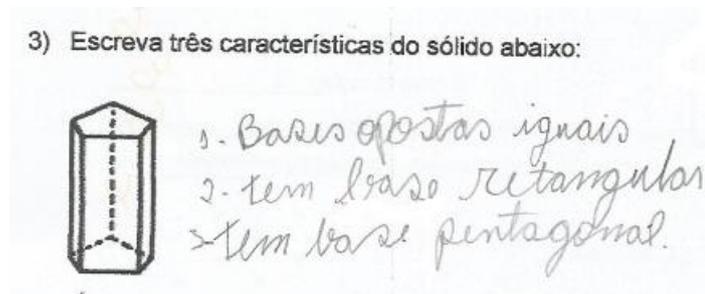
A habilidade 1 foi avaliada pelas duas primeiras questões do questionário que consistiam em identificar poliedros num conjunto de imagens de sólidos e identificar prismas num conjuntos de imagens de poliedros. Na primeira situação, identificar poliedros, muitos alunos erraram por não selecionar o icosaedro como poliedro. Já na segunda questão, identificar prismas, entre as imagens havia um prisma oblíquo, e a maioria dos alunos não o selecionou. Exatamente sólidos que não são comuns em estudos na educação básica, o que mostra que precisamos, cada vez mais, proporcionar diferentes experiências para aprimorar a visualização. Esse trabalho foi realizado com turmas de ensino médio e, mesmo assim, não tinham construído conceitos básicos de geometria espacial.

Desse modo, percebemos que os alunos ainda classificam o sólido não por identificarem suas propriedades, mas por associarem as imagens apresentadas às imagens dos sólidos conhecidos por eles. Apesar de o nosso objetivo não ser classificar os alunos de acordo com os níveis de Van Hiele, é importante pontuar que, de maneira geral, os alunos ainda se encontram no nível visual, cuja

identificação de figuras, segundo Lopes e Nasser (1996), é feita com base em sua aparência global, conforme foi possível observar com a análise da habilidade 1.

A figura 11 mostra a questão que subsidiou a análise da habilidade 2 apresentada no gráfico 1 e a resposta dada por um aluno. Como é possível observar no gráfico, o número de acertos e erros foi quase igual. Mesmo assim, notamos que os alunos ainda não desenvolveram completamente a habilidade de listar as características de um sólido.

Figura 11 – Questão para análise da habilidade 2



Fonte: Arquivo da autora (2014).

Nessa questão, os erros evidenciam que alguns conceitos bem básicos, como nomenclatura, ainda não foram compreendidos. Além do erro mostrado na figura 11, encontramos outros erros relacionados à nomenclatura: “é um hexaedro, apresenta 5 faces triangulares e 2 bases hexagonais; é um tetraedro, apresenta base retangular”.

Dando continuidade à análise do raciocínio geométrico relacionado às características de um sólido, a questão que serviu de base para a habilidade 3 era: *Dê exemplo de um poliedro constituído por seis faces*. Alguns alunos optaram por exemplificar desenhando esse poliedro, fazendo assim um cubo ou paralelepípedo.

Uma aluna desenhou uma pirâmide de base pentagonal e, ao lado da figura, escreveu: “*não sei o nome*”. Isso vem ao encontro de uma suposição importante sobre esse primeiro momento de observação da construção do pensamento geométrico dos alunos, que é o fato de eles se sentirem mais confortáveis e seguros com a imagem, do que simplesmente com o nome do sólido. Desse modo, os

resultados são melhores quando eles analisam características, observando-as no sólido, do que quando é necessário fazer a representação mental daquele sólido. Essa dificuldade se explica pelo fato de que, quando não há imagem, é necessário converter a informação abstrata em imagem visual, conforme explica Bishop (1989 apud GUTIÉRREZ, 1991).

Além do mais, como mostrou a resposta da aluna, nem todos já conseguem associar o nome do sólido à sua imagem, ou mesmo fazer a representação mental desse sólido a partir de sua nomenclatura. Isso explica o fato de alguns alunos terem utilizado imagens do questionário para responder a essa questão, como um aluno que fez uma seta da pergunta até o tronco de pirâmide de base quadrada de uma das questões anteriores e escreveu: *“esta aqui”*.

No geral, entre os alunos que acertaram, a maioria respondeu cubo e paralelepípedo. Vinte e seis alunos deram respostas erradas e seis a deixaram em branco. Ainda desses 26 alunos que erraram, 11 responderam hexágono, possivelmente por não diferenciar faces de um poliedro e lados de um polígono. Isso nos remete ao que já foi discutido: confundir plano e espacial.

Para a questão que serviu de base para a habilidade 4, foi dado o nome de um poliedro e uma relação de cinco características, para que os alunos identificassem quais correspondiam a ele. Três dessas características correspondiam ao sólido dado, porém a maioria assinalou apenas duas. O gráfico mostra que o número de erros foi grande, porém nenhum aluno assinalou somente as duas erradas, todos identificaram pelo menos uma característica correta.

Observamos, assim, que, mesmo após algumas aulas utilizando material concreto e explorando atividades de visualização, ainda havia carências de algumas habilidades geométricas: por exemplo, identificar um poliedro reconhecendo suas propriedades. Isso evidencia que os alunos ainda estavam num nível de construção do pensamento geométrico em que fazem associações com imagens por sua aparência global, e não por suas propriedades, além de mostrar que essa construção do pensamento geométrico é contínua e não pontual.

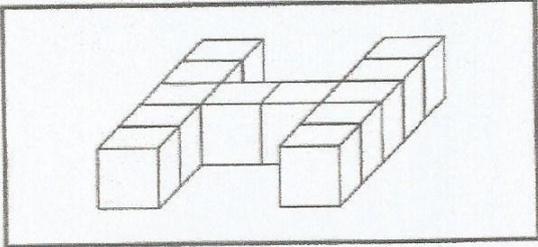
Outra atividade que foi realizada no ambiente virtual e constituiu interessantes interações para análises foi o problema “O quebra-cabeça da letra H” (figura 12), postado em 29 de maio de 2014 e apresentado na sequência.

Nesta atividade, chamamos a atenção para a utilização de outra rede social, o WhatsApp⁷, que ocorreu por iniciativa de um grupo de alunos.

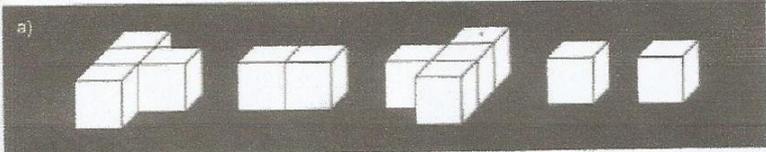
Figura 12 – Problema “O quebra-cabeça da letra H”, postado no Facebook

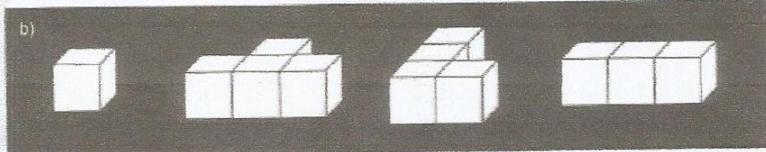
O quebra-cabeça da letra H

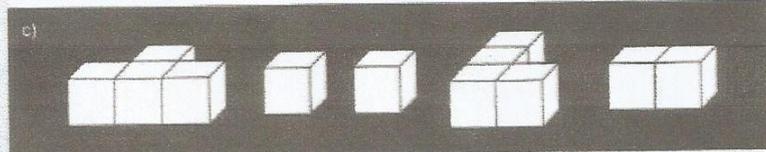
Observe o sólido abaixo, que mostra a letra H.

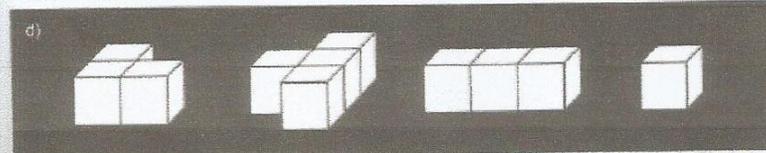


Que conjunto de peças a seguir foi usado para montar este sólido? Explique como chegou a esta conclusão.

a) 

b) 

c) 

d) 

Fonte: Segadas (2008).

⁷O WhatsApp Messenger, ou simplesmente WhatsApp, é um aplicativo que permite aos usuários trocar mensagens pelo celular. Além das mensagens de texto, os usuários podem criar grupos, enviar mensagens com imagens, vídeos e áudio.

Buscando solucionar o problema, uma aluna recorreu aos colegas por meio do grupo da turma na rede social WhatsApp. A conversa ocorreu entre três alunas, por meio do áudio. Segundo as alunas, o que as levou a utilizar WhatsApp foi a possibilidade de comunicação por áudio, já que, no Facebook, isso não era possível.

Elas permitiram o acesso a esses áudios, e o que mais chamou a atenção nessa interação foi a informalidade com que elas conversavam oralmente sobre o conteúdo e a formalização dada a essa conversação oral para transformá-la num texto, que foi publicado no ambiente virtual Facebook.

O diálogo no WhatsApp foi transcrito a seguir. Observamos que os interlocutores interagem buscando solucionar o problema por meio de interlocuções negociativas.

Lana: *Olha aqui, a letra A e a letra C não são iguais não? Só eu que to vendo isso?*

Jhey: *Eu acho que não é igual. Porque a letra a terceira figura ela tem um quadradinho no meio.*

Lana: *Eu não to querendo dizer que são iguais, eu to querendo dizer que forma o H. Por que olha só: As duas tem dois quadradinhos presos e dois quadradinhos soltos e na lateral precisa ter cinco. Gente eu to ficando doida, será?*

Jhey: *E a letra c quadradinho da terceira é no canto.*

Lana: *Mas tem que formar o H.*

Rosana: *Olha aqui gente, não tem três quadradinhos e um no meio? Aí você tira aqueles dois que estão no meio, to falando da letra A, colado e tira. Ai junta aquelas duas figuras. Vai sobrar quatro quadradinhos: dois colados e dois separados. Você vai pegar os dois quadradinhos colados e vai colocar do lado, na lateral onde tem cinco, vão formar cinco quadradinhos e aí vai ficar uma lateral do H e do outro lado você vai pegar aqueles dois quadradinhos que estão separados e juntar e colocar do outro lado, vai ficar cinco quadradinhos também e juntar aqueles dois do meio. Não dá o H gente?*

Lana: *Ah eu já entendi kkk*

Observamos que a interação ocorre por meio de interlocuções bem informais, e isso se deve ao fato de serem interações orais. Lana está com dúvida e Jhey e Rosana tentam ajudá-la a partir do questionamento feito por Lana a respeito das letras “a” e “c” serem iguais. Ao final, Rosana explica o processo de montagem da letra H

utilizando as peças disponíveis na alternativa “a”, possibilitando assim a compreensão da Lana, que sistematiza seu entendimento por meio de uma resposta escrita no ambiente virtual, conforme indicamos a seguir:

Lana: *A resposta correta é a letra C, de imediato achei que a letra C e a A eram iguais que só invertiam as ordens. Depois encontrei meu erro. A letra C tem o conjunto de cubinhos separados da forma correta, que juntas formaram a letra H. Já a letra A precisaria que os 4 cubinhos fossem soltos uns dos outros.*

Percebemos que Lana se baseou nos argumentos da Rosana, porém se referiu corretamente às peças como cubinhos, e não quadradinhos. A escrita se revela, nesse contexto, como um importante instrumento para a aprendizagem matemática. Bairral e Powell (2006, p. 27) destacam que “diferentemente da fala, a escrita é um meio estável que permite a alunos e docentes examinarem colaborativamente o desenvolvimento do pensamento matemático”. Os autores explicam, ainda, que a reflexão sobre a matemática que estão aprendendo leva os alunos a importantes avanços cognitivos e afetivos.

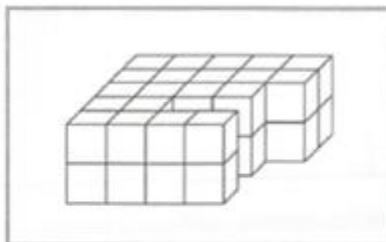
Além dos problemas “Cubos pintados” e “O quebra-cabeça da letra H”, a resolução do problema “A peça que falta”, apresentado na figura 13, também ocorreu num momento paralelo às discussões sobre perspectiva realizadas em sala de aula. Entre essas atividades realizadas em sala de aula, algumas consistiam em explorar a projeção ortogonal (vista) frontal, lateral e superior de poliedros, conforme já foi discutida na parte descritiva da análise.

Figura 13 – Problema “A peça que falta”, postado no ambiente virtual

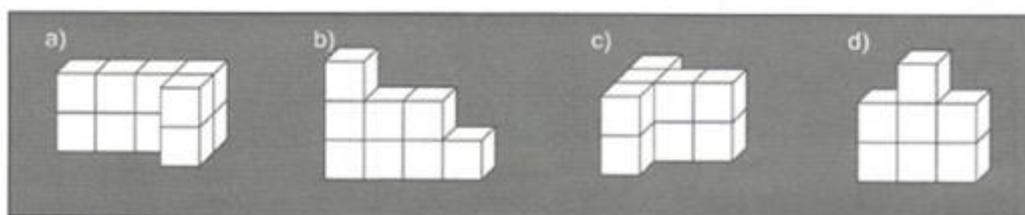
A peça que falta

Enunciado

De um bloco retangular formado com 5 x 5 x 2 cubinhos foi retirada uma parte, obtendo-se o sólido abaixo:



Qual das peças a seguir foi retirada do sólido? Explique como você chegou a esta conclusão.



Fonte: Segadas (2008).

Percebemos que alguns alunos se basearam nas atividades realizadas sobre projeção ortogonal para resolver essa questão. Os alunos Valci e Myla, por exemplo, recorreram a esse raciocínio, bem como a aluna Bernadete, que, mesmo errando a quantidade de cubinhos, encontrou uma maneira de solucionar o problema recorrendo à projeção ortogonal.

Valci: letra C pois ao olhar para o sólido percebemos que falta 3 peças por cima “ou do lado” dependendo de como for olhar e 2 no meio por esse motivo letra C.

Myla: Letra C, pois se virmos a pela da parte superior ela será a única que se encaixará melhor!

Bernadete: Letra C. Pois falta 6 cubinhos, exatamente a mesma quantidade da figura C, e se for olhar de cima pode observar que é o que se encaixa melhor!

Interagindo com a Bernadete, o aluno Jair se posiciona por meio de uma interlocução avaliativa, fazendo um julgamento sobre a resposta dada pela aluna.

Jair: *Do meu ponto de vista eu discordo de Bernadete, pois na verdade não faltam seis cubos e sim dez.*

Depois de ter redigido esse comentário, Jair novamente se manifesta explicando como pensou para solucionar esse problema.

Jair: *A peça que está faltando no sólido geométrico é a da letra c, pois vemos duas peças que se encaixam no meio da figura onde se encontra a falha e três da mesma peça que se encaixam do lado da figura. Vemos que a peça está invertida só para confundir.*

Identificamos, por meio do comentário do Jair, uma das habilidades que, de acordo com Gutiérrez (1991), podem integrar a percepção espacial do indivíduo: a identificação visual. Segundo o autor, essa habilidade diz respeito ao reconhecimento de que um objeto mantém sua forma, mesmo quando girado. Também observamos essa habilidade por meio dos comentários de outros alunos.

Deby: *Eu concordo com vocês que é a letra C por que também observei que se virarmos ela, ira se encaixar direitinho, ou contando os cubinhos também da certo.*

Zuri: *A peça que falta é a C, porque quando se vira ela 180° ela se encaixa perfeitamente na figura.*

O aluno Zuri já é mais preciso, ao explicar como movimentar essa peça, recorrendo a ângulos.

Algumas interlocuções informativas também apareceram na discussão da resolução da questão, entre as quais “a letra C, pq é a que se encaixa”, “letra C, pois se juntar a outra ela se encaixa”, “a única que se encaixa é a letra C; letra c”.

Interlocuções desse tipo não possibilitam uma análise mais profunda, como as interlocuções negociativas ou explicativas, visto que elas se limitam a fornecer uma informação para satisfazer um questionamento feito. De forma geral, as interlocuções informativas não foram as que predominaram no processo interativo dos alunos, porém uma possível estratégia para fomentar o processo de interação entre os alunos é a atuação do professor como um mediador visando estimular a interação por meio de um processo dialógico de aprendizagem, já que os ambientes

de aprendizagem podem propiciar a interação, a colaboração e o diálogo, conforme destaca Borba (2007).

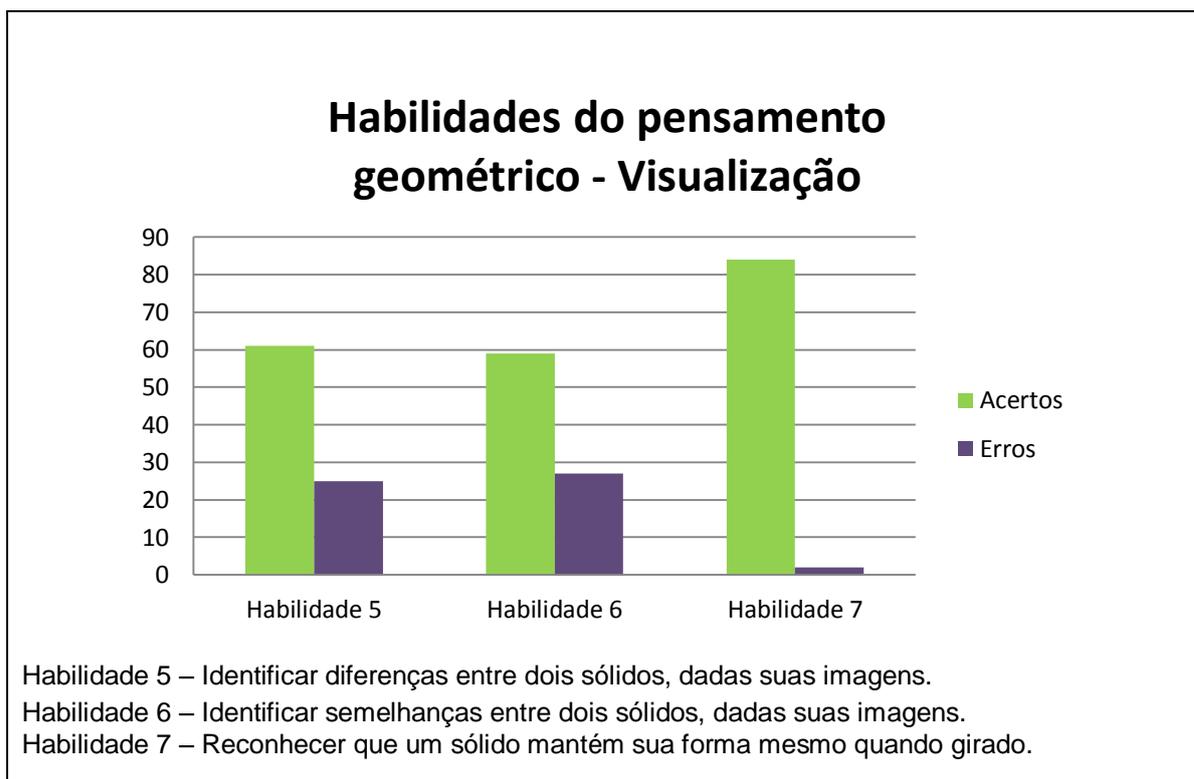
A resposta apresentada pela aluna Geruza chama a atenção pela forma como ela, a partir das respostas apresentadas pelos colegas, analisa a questão num contexto maior. Ela se manifesta de maneira avaliativa, ao julgar as respostas dos colegas, e também interpretativa, ao analisar a forma como eles pensaram em estruturar seu pensamento.

Geruza: *Todos disseram C e eu concordo. Mas muitos disseram que por ter 10 quadradinhos seria essa letra. Eu não sei se a quantidade é levada em consideração, pois poderiam ter 10 quadradinhos, mas colocados de uma forma diferente que não pertencesse ao bloco retangular. Eu acho que é a C porque é a que se encaixa corretamente no bloco. O que pode causar um pouco de confusão é a posição que a peça é colocada nas alternativas. Por isso procuro tentar visualizar de várias posições.*

Apesar de a aluna Geruza cometer um erro, ao escrever quadradinhos em vez de cubinhos, ela chama a atenção para a importância de analisarmos uma figura como um todo, e não por uma informação específica.

Essas discussões nos remetem a algumas questões provenientes do questionário. O gráfico 2 foi construído com base no questionário final e aborda três habilidades relacionadas ao nível da visualização.

Gráfico 2 – Habilidades relacionadas à visualização



Fonte: Arquivo da autora (2015). (Questionário final sobre sólidos geométricos).

Sobre as habilidades 5 e 6, conforme é possível perceber no gráfico, o número de acertos foi maior que o de erros. Certos erros, porém, nos chamam a atenção para a carência de algumas habilidades primordiais do pensamento geométrico. Para identificar semelhanças, foram dadas duas imagens: um cilindro reto e um prisma de base triangular. Entre as respostas erradas, destacamos estas: “os dois são exemplos de cubo”, “são cilindros”, “mesma quantidade de vértices”.

Apesar de serem erros isolados, pois, como já foi dito, a maioria acertou, compreendemos que ainda havia alunos, apesar de minoria, com carência de habilidades básicas para o estudo de geometria espacial. Comparar dois sólidos quaisquer evidenciando semelhanças ou diferenças requer a observação das características de cada um dos sólidos e corresponde a uma das habilidades visuais que integram a percepção espacial de um indivíduo, destacada por Gutiérrez (1991) como discriminação visual, que consiste em comparar objetos identificando semelhanças e diferenças.

A habilidade 7 – reconhecer que um sólido mantém sua forma mesmo quando girado – também trata de uma das habilidades que Gutiérrez (1991) explica: integrar a percepção espacial. O número de acertos chama a atenção. Para essa questão, foi dada uma sequência de sólidos, dos quais dois eram iguais, porém em posições diferentes. O aluno deveria identificar quais eram os sólidos iguais. Conforme mostra o gráfico 2, quase todos os alunos acertaram essa questão.

5.3 COMENTANDO OS DESDOBRAMENTOS DA PESQUISA

Criamos este *novo evento* em nossa pesquisa porque a ideia inicial era que, após a 8.^a etapa, me ausentasse da escola em que trabalho, recorrendo a uma licença especial para estudos, para que assim pudesse me dedicar exclusivamente às atividades do mestrado. Por medidas administrativas, essa licença não foi concedida e continuei atuando como professora de Matemática nas turmas pesquisadas, dando assim continuidade ao conteúdo de geometria espacial e outros. Algumas situações que aconteceram durante o estudo do restante do conteúdo, após julho, me chamaram a atenção por parecerem ser consequência do trabalho desenvolvido durante a investigação. Vale destacar duas delas: a construção de uma demonstração por um grupo de alunos do 3.^o M03 e a recorrência ao trabalho com rede social pelos alunos do 3.^o M01 e do 3.^o M04 numa atividade feita pela professora de sociologia.

Durante o período da pesquisa, fiz algumas demonstrações simples com as turmas, por exemplo, determinação das medidas das diagonais do cubo e do paralelepípedo. Alguns alunos acompanham e, num momento posterior, conseguiram até desenvolvê-la novamente sem meu auxílio, como foi o caso de Hudson do 3.^o M01. Após o período da pesquisa, quando explicava algumas relações métricas entre os elementos de uma pirâmide, não apresentei fórmulas prontas, e sim com o auxílio de representações de sólidos em cascas, parti da visualização para estabelecer algumas relações entre os elementos, recorrendo, na maioria dos casos, a relações métricas com triângulos retângulos, como o teorema de Pitágoras.

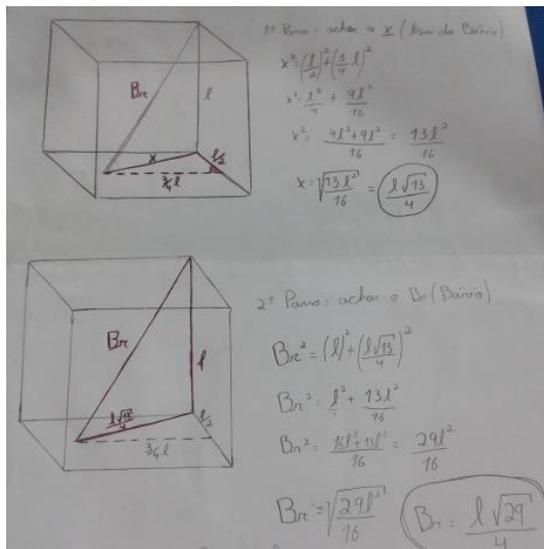
Após algumas aulas explorando o conteúdo dessa maneira, um grupo de quatro alunos do 3.^o M03 resolveu, partindo de um cubo, criar mais um elemento e tentar

estabelecer uma nova relação métrica naquele sólido, construindo assim, por meio de demonstração algébrica, uma fórmula para o cálculo da medida desse elemento, que eles batizaram de Bário (representado pela medida Br na figura 14). Segundo os alunos, a ideia veio no intuito de ocupar o tempo ocioso de uma aula vaga, e começaram a dedicar-se a esse desafio daí em diante. Somente quando chegaram a uma parte dos cálculos que não conseguiam mais desenvolver, é que o grupo me procurou e fiquei sabendo dessa investigação criada por eles.

Ao invés de resolver a parte que eles estavam em dúvida, propus algumas tarefas ao grupo: construir o esqueleto do cubo utilizando palitinhos de madeira e identificar esse novo elemento criado por eles; fazer a representação desse cubo no plano, desenhando-o e destacando o elemento procurado; a partir do desenho feito, utilizar representações algébricas para demonstrar como obter uma fórmula para o cálculo do bário; medir o elemento bário no esqueleto do cubo e determinar essa medida também pela fórmula, comparando assim os resultados; montar uma oficina com a atividade e apresentar para a turma.

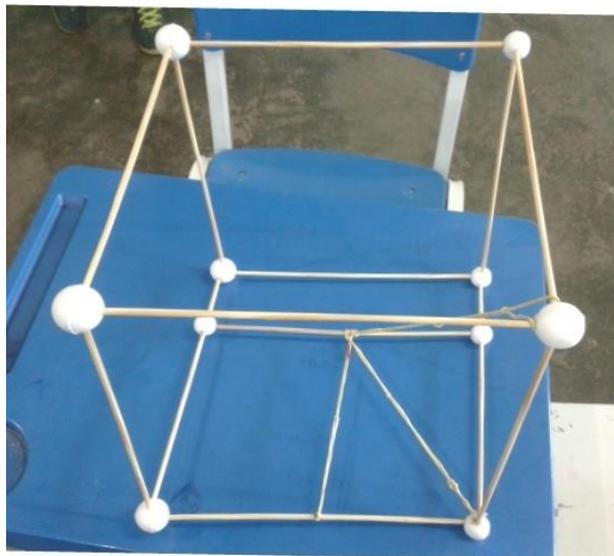
Eles abraçaram a causa e se dedicaram à tarefa, o que, além de contribuir para a construção do conhecimento, foi importante para autoestima dos alunos. Apesar de compreender a riqueza e a relevância dessa atividade para o desenvolvimento não só do pensamento geométrico/algébrico/investigativo do aluno, não trago maiores discussões sobre ela, em virtude de, no momento, ela ser citada apenas como reflexo do trabalho que foi desenvolvido como base para essa investigação. As figuras 14 e 15 mostram parte do material construído pelos alunos nesse processo.

Figura 14 – Cálculos feitos pelos alunos



Fonte: Arquivo da autora (2014).

Figura 15 – Esqueleto do cubo



Fonte: Arquivo da autora (2014).

A atividade realizada pelos alunos dá indícios de habilidades relacionadas ao nível de dedução informal. Não é possível afirmar, somente com essa atividade, que esses alunos estejam no nível 3 de Van Hiele, tampouco é nossa intenção categorizar em níveis. O que nos chama a atenção é o fato de eles buscarem um raciocínio algébrico e investigativo para explorar o que parecia uma brincadeira, uma forma de ocupar o tempo ocioso de uma aula vaga. A forma como outros conceitos de geometria espacial foram explorados em aulas anteriores, por meio da visualização e com base em uma aprendizagem dialógica, possivelmente contribuiu para que esses alunos se vissem como produtores de conhecimento, em outras palavras, como seres autônomos e capazes de contribuir para o processo de ensino e aprendizagem.

A segunda atividade que citei foi a recorrência ao trabalho com rede social, porém em outra disciplina. A professora de sociologia propôs uma atividade na qual os alunos, em grupos, deveriam produzir um jornal impresso nos padrões de um jornal de verdade, com notícias da cidade. Essa professora me procurou e disse que chamou sua atenção a quantidade de grupos que, na seção educação e cultura, utilizaram como notícia o trabalho feito nas aulas de Matemática integrando redes sociais e sala de aula. Um dos grupos, por exemplo, utilizou a matéria que havia sido publicada no *site* da Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo, na

ocasião da realização do trabalho, para compor o jornal como uma das notícias. Ademais, na parte *carta ao leitor*, recorreu a ela como base para o comentário. Esses dois materiais, produzidos pelos alunos no trabalho de sociologia, encontram-se no anexo E.

Ao refletir sobre essas situações que aconteceram posteriormente ao período da pesquisa, recorrentes da proposta de trabalho desenvolvida nesta investigação, concluímos que seria interessante avaliar essas novas habilidades construídas pelos alunos. Sendo assim, por meio de uma revisão, retomei alguns conceitos sobre sólidos geométricos, como suas características e classificações. Na aula de revisão, os alunos tiveram contato com as representações dos sólidos em cascas para que pudessem visualizar e analisar certas características. Fui mediando a revisão e incitando discussões por meio de questionamentos, a fim de que os alunos fossem respondendo e levantando novos questionamentos e, por meio dessa interação comigo e com os colegas, relembassem conceitos estudados e até mesmo aprendessem os novos. Simultaneamente às interações orais, um esquema ia sendo construído no quadro, no qual os próprios alunos escreviam e faziam alterações. Mais uma vez chamamos a atenção para uma aprendizagem com foco no diálogo.

Paralelamente ao momento em que, no ambiente presencial, ocorriam essas revisões, no ambiente virtual também ocorriam discussões por meio das quais os alunos interagiam e sistematizavam alguns conceitos. A figura 16 é um recorte da postagem feita para esta atividade.

Figura 16 – Postagem da atividade de revisão

 Você carregou um arquivo.
26 de novembro de 2014

Pessoal, no anexo vocês encontrarão três imagens. Após observá-las, você analisará as afirmações abaixo (há verdadeiras e falsas). Você terá as seguintes tarefas: ler a resposta do colega que fez a última postagem e comentá-la; escolher uma das afirmações (pode ser verdadeira ou falsa) e explicá-la. A ideia é que vocês expliquem e explorem o máximo de informações possíveis. Dica: evite escolher a mesma afirmação das duas últimas postagens. Ok?

As afirmações são:

- a figura 1 é um quadrado.
- a figura 2 é um triângulo.
- a figura 3 representa a planificação de um cilindro.
- todas as arestas da figura 1 têm a mesma medida.
- as figuras 1 e 2 são prismas.
- as figuras 1 e 2 apresentam o mesmo número de faces.
- a figura 3 é um poliedro de Platão.
- as bases das figuras 1 e 2 são formadas pelo mesmo tipo de polígono.
- o número de vértices da figura 1 é igual ao seu número de arestas.

Vou começar...porém, eu não tenho resposta anterior para comentar, então vou inventar, tá?

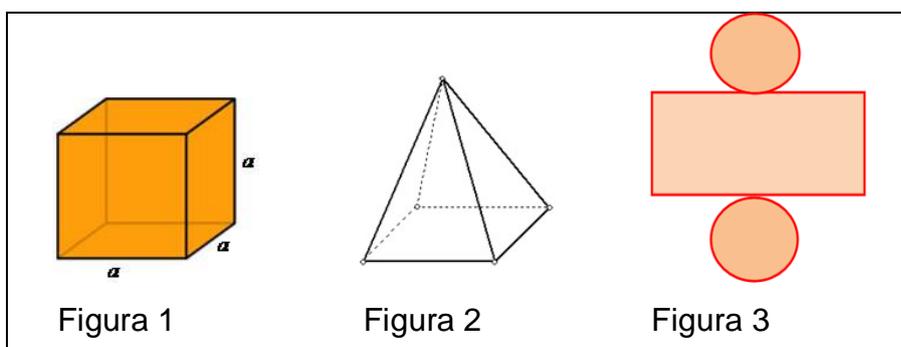
 **Doc1.docx**
Documento

[Baixar](#) [Visualizar](#) [Carregar revisão](#)

Fonte: Arquivo da autora (2014).

Ao ser aberto o anexo, os alunos visualizaram as seguintes figuras:

Figura 17 – Anexo da atividade no ambiente virtual



Fonte: Arquivo da autora (2014).

Diante disso, um novo questionário foi aplicado envolvendo habilidades do pensamento geométrico, que já foram explicitadas no quadro 2. Esse questionário encontra-se disponível no apêndice D.

Ao analisarmos algumas interações construídas no ambiente virtual, percebemos que as interações são novas, mas os erros antigos. Assim como na análise realizada em momentos anteriores, ficam evidentes erros relacionados à nomenclatura em decorrência da “confusão” entre forma plana e forma espacial. Felizmente a quantidade de alunos que os cometeram não é grande, mas não podemos ignorá-la.

Seguem algumas das interlocuções apresentadas. Lembramos que entre elas havia outras interlocuções, porém selecionamos aquelas que atenderiam à proposta de discussão que pretendemos trazer.

Valci: concordo com a afirmação pois a figura 1 é um quadrado e a figura 2 é um triângulo de base quadrada.

Paola: Concordo com o Valci a figura 1 e realmente um quadrado e a 2 e um triângulo de base quadrada...

Jair: concordo com a afirmação 3, de que a figura 3 é a planificação de um cilindro, pois ao planificarmos um cilindro podemos perceber que se formam duas bases circulares e a lateral ao se planificar forma um retângulo.

Fábia: Descordo da afirmação de Valci, porque a figura 1 é um cubo e não um quadrado, pois o quadrado é uma forma geométrica bidimensional e na figura 1 podemos observar a base e a lateral estando assim e três dimensões e por isso é um cubo. Porém, concordo com a afirmação de Jair que a figura 3 é uma planificação de um cilindro, pois contém duas bases circulares iguais. Concordo também que as bases das figuras 1 e 2 são formadas pelo mesmo tipo de polígono, pois ambas possuem base formada por polígonos quadriláteros.

De maneira geral, os alunos deveriam avaliar tanto as afirmações apresentadas como a análise de um dos colegas. Desse modo, algumas interlocuções foram avaliativas, ou seja, o interlocutor limitou-se a avaliar uma informação apresentada, sem manifestar intervenção. Foi o caso da Paola, que apenas avaliou a afirmação feita pelo Valci. Já a Fábria, por exemplo, além de avaliar as respostas dos colegas, participa justificando. Neste caso, sua interlocução não é avaliativa, mas tende para uma interlocução interpretativa, possivelmente.

O Jair mostra identificar características do cilindro quanto às suas formas, ao concordar com a afirmação três e justificar sua resposta. Da mesma forma, a aluna Fábria mostra ter compreendido a diferença entre plano e espacial, ao explicar que é a figura 1 é um cubo e não um quadrado como disseram os colegas Valci e Paola. Nesse processo, percebemos a interpretação da informação figurativa caracterizada pelo processo de compreensão e interpretação de representações visuais (BISHOP 1989 apud GUTIÉRREZ, 1991).

No trecho abaixo, mostramos a interação entre mim e duas alunas. Assim como outros colegas, a Maria confundiu cubo com quadrado e pirâmide com triângulo.

Maria: *A afirmação 3 não pode ser um poliedro pois ela rola, a afirmação 1 e 2 não tem o mesmo número de faces, a primeira é um quadrado e apresenta 6 faces, e a figura 2 é um triângulo, que apresenta 5 faces. Tornando-se assim diferentes o número de faces.*

Organdi (professora): *Maria, a nomenclatura das figuras 1 e 2 é essa mesma? Quadrado e triângulo?*

Maria: *não professora, quis dizer que não tem o mesmo número de faces, pois a 1 que é um quadrado tem 6 faces e a 2 sendo um triângulo tem 5 faces.*

Sheila: *Maria, a primeira é um CUBO com 6 faces quadradas e a segundo é uma PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA e possui 4 faces triangulares e a base quadrada como o nome já diz!*

Maria: *Realmente Sheila.*

Organdi (professora): *Maria, a Sheila explicou. Era sobre isso que eu estava falando.*

Maria: *Ok, após o comentário dela pude perceber que estava dizendo nomes errados.*

Ao perceber o erro da Maria, fiz um questionamento para que ela refletisse sobre o que havia escrito e percebesse seu erro, porém ela parece não ter entendido a minha pergunta. Ao perceber isso, Sheila explica a Maria o que estava errado e esta entende que havia errado a nomenclatura das figuras. Fica evidente, nesse processo, um diálogo que, fundamentado em Freire (1987), favorece o questionamento.

Apesar de determinados tipos de erros se manterem, percebemos que houve um avanço quanto à identificação de características dos sólidos, mas, no momento inicial de análise, com a organização dos dados do questionário aplicado em julho, ainda percebíamos certa dificuldade. O gráfico 1, apresentado na seção 5.2, mostra que, relativamente à habilidade *identificar o sólido a partir de uma característica específica*, o número de acertos foi consideravelmente maior que o número de erros.

Percebemos esse avanço, ao analisarmos certas interlocuções, entre as quais aquelas dos alunos Gaby, Lia, Laiana e Bernadeti.

Gaby: Descordo da quinta afirmação quando diz que a figura 1 e 2 são prismas, sendo que apenas a figura 1 se encaixa nos conceitos de prisma, tendo suas faces laterais iguais e duas bases, enquanto a figura 2 possui apenas uma base, não se encaixando então em um prisma.

Lia: a figura 1 e 2 é respectivamente um cubo e uma pirâmide e a figura 3 é uma planificação de um cilindro. As pirâmides tem faces laterais que são todas triangulares e têm um vértice em comum, sendo poliedro também.

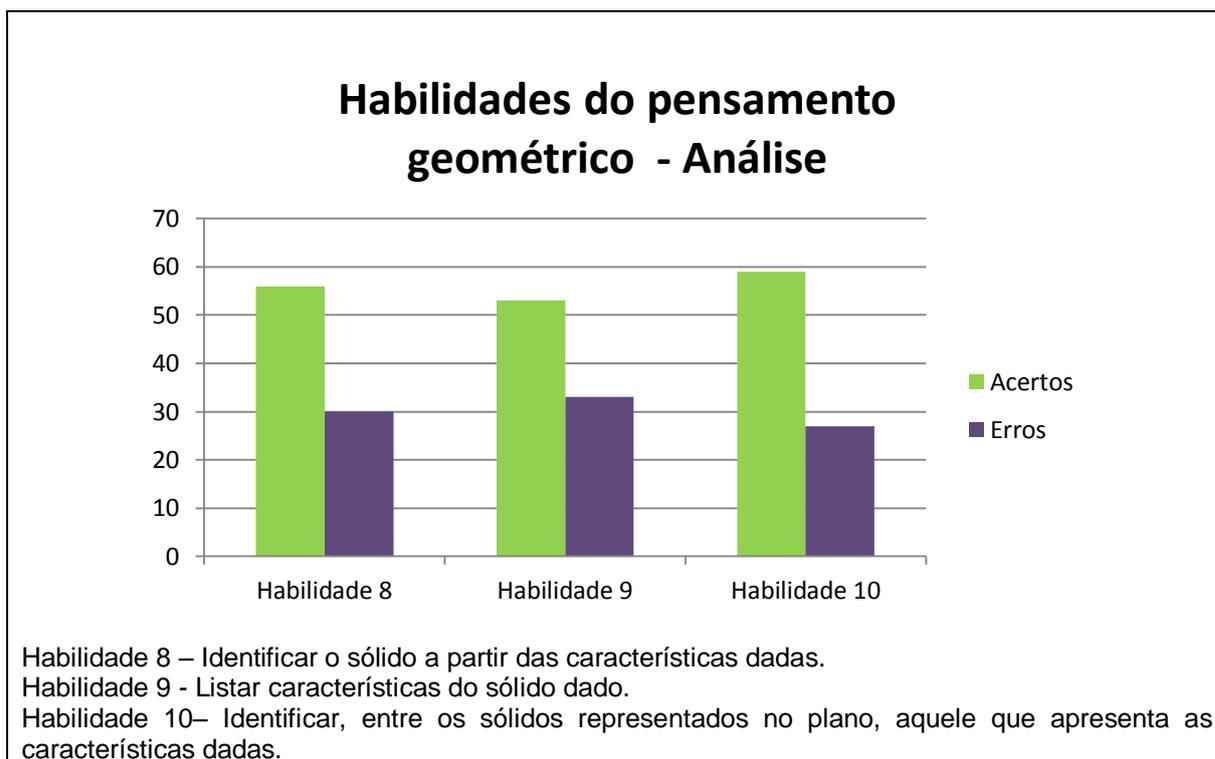
Laiana: Não concordo com as afirmações 5 e 6. A quinta afirmação diz que as figuras 1 e 2 são prismas. Mas, só a primeira pode ser considerada um prisma, porque as faces laterais iguais e duas bases. A sexta afirmação diz que essas mesmas figuras possuem o mesmo número de faces, o que também não concordo, pois a primeira possui 6 e a segunda apenas 5.

Bernadeti: As bases da figura um e dois são formadas pelo mesmo tipo de polígono. A figura 1 não é um quadrado e sim um cubo, porque possui comprimento, altura e largura. A mesma coisa acontece na figura 2 que não é um triângulo e sim uma pirâmide.

Constatamos assim a importância de atividades de visualização para a construção do pensamento geométrico. Apesar de algumas habilidades visuais ainda estarem em construção, percebemos que os alunos já falam sobre características de um sólido com mais propriedade. Por isso, é importante pensar num processo de ensino e aprendizagem de geometria de forma que o conhecimento seja construído em espiral, explorando habilidades de diferentes níveis de Van Hiele intercaladamente.

Ao observarmos o gráfico 3, construído com base no questionário final, também percebemos o progresso dos alunos em relação ao primeiro questionário aplicado. Para sua construção, recorreremos às habilidades estabelecidas no quadro 2.

Gráfico 3 – Habilidades relacionadas à análise



Fonte: Arquivo da autora (2015). (Questionário final).

Como constatamos, o número de acertos foi bem maior que o de erros para todas as habilidades, mesmo aquelas que foram avaliadas por questões sem imagens, como as habilidades 8 e 9.

Para a habilidade 8, foi dado um conjunto de características e uma relação com o nome de cinco sólidos, dos quais apenas um apresentava todas as características dadas, sendo que o aluno deveria identificá-lo. Apesar de o número de acertos ser consideravelmente maior, o que chamou a atenção entre os erros foi que muitos não consideraram o conjunto de características, mas uma característica isolada. Por exemplo: uma das características dadas eram *suas superfícies laterais são constituídas por triângulos*. Desse modo, alguns alunos escolheram como opção correta a alternativa pirâmide de base pentagonal, porém as demais características deixavam evidente que a base não poderia ser pentagonal.

A habilidade 10, entre as quatro apresentadas no gráfico 3, foi a que apresentou o menor número de erros e tratava de uma questão parecida com aquela que subsidiou a habilidade 8. Porém, ao invés de uma relação com nomes dos sólidos

para identificar qual apresentava as características dadas, foi apresentada uma relação de imagens de sólidos. Obviamente, vendo a imagem de cada sólido, é mais fácil relacionar com as características e escolher o sólido correto, reforçando assim o que já discutimos sobre a dificuldade quando não há imagens.

De maneira geral, ao refletir sobre a construção do pensamento geométrico, a partir das atividades realizadas pelos alunos nos dois ambientes (presencial e virtual), reiteramos a relevância dos aspectos visuais no ensino da geometria. Para tal, ressaltamos a importância da utilização de materiais didáticos, por meio dos quais os alunos possam visualizar uma representação em três dimensões do objeto em questão sob os diferentes ângulos. Essa tarefa pode ser facilitada pela utilização de tecnologias, como *softwares* de geometria dinâmica. Percebemos, ainda, que, mesmo na fase final do ensino médio, muitos alunos ainda não têm habilidades básicas de visualização desenvolvidas, por isso reforçamos a necessidade de desenvolver atividades que envolvam habilidades de visualização de figuras espaciais desde o ensino fundamental.

5.4 CURTINDO OS COMENTÁRIOS DOS ALUNOS

Neste capítulo, apresentamos a percepção dos alunos no que diz respeito à metodologia de trabalho integrando os dois ambientes.

Sobre o termo *percepção*, Abbagnano (2007) explica que podemos distinguir três principais significados: o primeiro deles é generalíssimo e significa qualquer atividade cognoscitiva, não se distingue de pensamento; o segundo é mais restrito, designando o ato ou a função cognoscitiva à qual se apresenta um objeto real e seu conhecimento empírico; o terceiro, por sua vez, é específico e se refere a uma operação determinada do homem em suas relações com o ambiente, bem como a interpretação dos estímulos. Adotamos o terceiro significado atribuído por Abbagnano (2007) para representar o que consideramos como percepção dos alunos sobre a metodologia de trabalho. Dessa maneira, analisamos a relação dos alunos com as atividades desenvolvidas.

Nosso objetivo é trazer para o texto a voz dos alunos e discutir suas percepções sobre o trabalho desenvolvido em cada ambiente, destacando os pontos que, para eles, foram mais relevantes durante o trabalho.

Como fonte para os dados que serão apresentados, utilizamos o questionário sobre a percepção dos alunos (apêndice B). Apesar de as respostas terem sido bem subjetivas, buscamos discutir os pontos comuns e exemplificamos com falas dos alunos, que serão transcritas no decurso do texto.

Uma das questões levantadas foi: *O que você achou sobre essa metodologia de aprendizagem integrando sala de aula e rede social? Explique.* De maneira geral, as respostas foram positivas e os alunos consideraram a metodologia muito boa e interessante, alguns dos quais a classificaram como inovadora e ótima. Entre as justificativas, alguns alunos afirmaram que eles passam muito tempo nas redes sociais e que agora estavam vendo outra finalidade para esse ambiente. “*Nunca usei o Facebook para algo tão útil*”, destacou a aluna Thatieli; “*Antes o Facebook só era usado para postar coisas desnecessárias e que nos atrapalhava nos estudos*”, escreveu Luan. Além disso, muitos destacam como um ponto interessante a interação desenvolvida com o colega e com ela a aprendizagem, conforme percebemos em algumas respostas: “*tínhamos o grupo para tirar dúvida e aprender mais*”; “*o aprendizado não precisa só ser em sala de aula*”.

Também foi possível observar que muitos alunos perceberam a relação entre os conteúdos estudados nesses dois ambientes, pontuando que “*o que era proposto em sala de aula tinha continuidade no Facebook*” e, ainda, que “*no Facebook era possível aprofundar o conteúdo estudado em sala de aula*”. Por meio de algumas respostas, tais como “*aprendemos de uma forma mais leve e mais interativa*” e “*o aprendizado não precisa só ser em sala de aula*”, não é difícil identificar que o fato de ser um ambiente já utilizado por eles para lazer, deu um ar agradável ao trabalho. Apenas dois alunos não se manifestaram positivamente: Guiomar disse que não gostou e justificou que utiliza pouco o Facebook. Já o Zuri disse: “*Apesar do mundo estar cada vez mais virtual (infelizmente) eu não concordo, prefiro dever de casa e atividades em sala de aula*”. Essas duas opiniões foram as únicas nesse sentido, pois o restante no grupo mostrou ter gostado da estratégia utilizada.

A segunda questão trazida para discussão é: *Qual ambiente você achou mais interessante: sala de aula ou grupo no Facebook? Por quê?* Quantificando as respostas apresentadas, 42% dos alunos consideraram o grupo no Facebook como o ambiente mais interessante, ao passo que 35% afirmaram ter sido a sala de aula. Porém, o que chamou a atenção foi que 23% dos alunos disseram que os dois ambientes foram igualmente interessantes. De acordo com a pergunta feita, ele deveria optar entre um dos dois, mas, mesmo assim, uma quantidade significativa reconheceu a importância dos dois. Além disso, muitos alunos que optaram por um dos ambientes, ao justificarem sua escolha, ressaltaram a importância do outro ambiente. Isso vem reforçar a ideia central deste trabalho, que é utilizar uma metodologia que integre o ambiente presencial e o ambiente virtual, de forma que um seja o complemento do outro, ou seja, que eles não sejam vistos isoladamente.

Sobre os alunos que optaram pelo grupo no Facebook, algumas justificativas versavam sobre os benefícios da interação com os colegas, como tirar dúvidas discutindo a resolução. Dani justificou: *“As dificuldades que tinha, no facebook, tinha pessoas que esclarecia e me ajudava muito”*. Outra justificativa comum de alguns alunos foi a experiência de sair da rotina convencional de uma sala de aula e aprender de forma descontraída e divertida. Ademais, ver a rede social com uma nova finalidade além do lazer foi destacado nas colocações dos alunos, entre os quais Fábria e Luan, cujas falas, respectivamente, se seguem: *“Como eu fico boa parte do meu tempo conectada ao Facebook, eu utilizei esse momento para poder aprender e revisar o que eu vi em sala de aula”*; *“Passamos a utilizá-lo como ferramenta de estudo”*.

A praticidade de estudar pela *internet*, podendo escolher o momento e o local adequados, foi outro argumento utilizado por alguns alunos para justificar a preferência pelo Facebook. *“É mais livre, por exemplo: podemos fazer a qualquer hora e quando estivermos inspirados”*, destacou Geruza. *“Eu estava no conforto da minha casa e pude visualizar as tarefas de forma mais agradável”*, disse Carlos Magno.

Outro ponto relevante foi a possibilidade de interação com os colegas e com o conteúdo, conforme explicitou Mariah: *“Pude perceber que muitos alunos tímidos na*

sala de aula interagem mais no Facebook”. Outra aluna, recém-chegada na escola, disse: *“Por ser uma aluna nova na escola, não tenho muita interação em sala de aula, já no face sim”*. Como professora, eu já havia identificado essa contribuição do ambiente virtual, assim que as interações começaram a ser mais expressivas e alguns alunos que participavam pouco em sala de aula se destacaram no ambiente virtual. Porém, o próprio aluno reconhecer ter ficado mais à vontade ou ainda observar isso no colega reforça a importância da interação no ambiente virtual como uma contribuição da metodologia de trabalho desenvolvido. Desse modo, o ambiente virtual pode favorecer a socialização, a interação e a construção colaborativa do conhecimento, conforme explica Bairral (2007).

Entre os alunos que optaram pelo Facebook, alguns também fizeram referência ao ambiente sala de aula, pontuando que acharam o Facebook mais interessante, mas consideraram a sala de aula também importante.

Quanto aos 35% que disseram preferir o ambiente sala de aula, as justificativas que mais apareceram foram o fato de que, na sala de aula, era possível manusear os sólidos e ter o contato direto com a professora para tirar dúvidas, além de a interação presencial ser melhor que a virtual. Assim como aconteceu com alguns alunos que optaram pelo Facebook, também nesse grupo de alunos que optaram pela sala de aula, alguns fizeram referência ao ambiente virtual, destacando-o como muito importante. A aluna Bruna explicou: *“O Facebook por ser diferente foi um trabalho muito interessante e criativo, porém a sala de aula com a explicação e os exercícios realizados o aprendizado foi melhor”*; a aluna Myla disse: *“Pude perceber o entrosamento dos alunos nas duas atividades, levando e trazendo dúvidas do face para sala e da sala para o face”*.

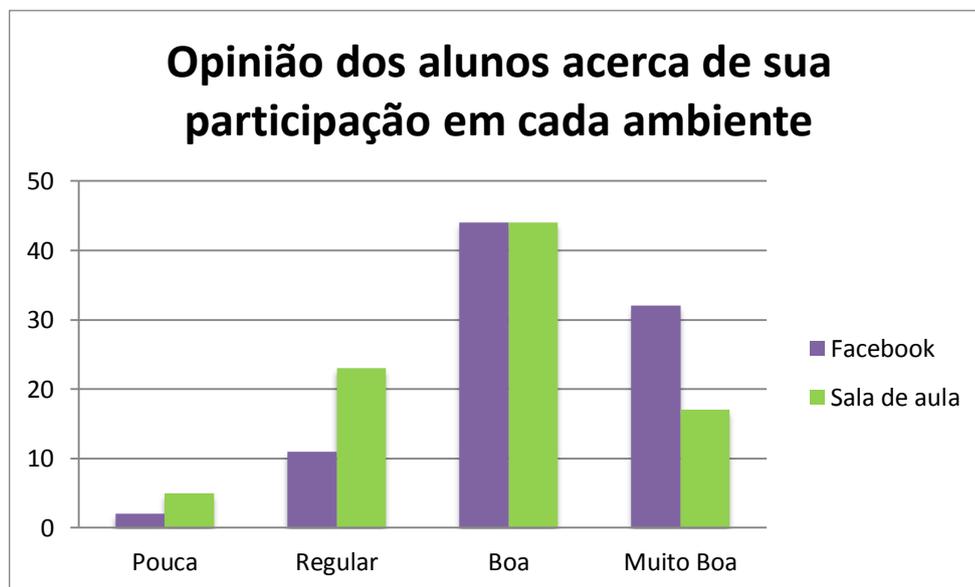
A quantidade de alunos que afirmaram achar os dois ambientes igualmente interessantes, pontuando a contribuição e importância de cada um deles, foi notória. A aluna Sarah, por exemplo, justificou sua escolha afirmando: *“Ficou dividido, pois o bom em sala de aula é o auxílio da professora durante o surgimento das dúvidas, mas o facebook trouxe o conforto de estudar em casa com o uso da internet.”* Outros alunos mencionaram que o que era feito em sala de aula também era no Facebook, dando assim continuidade, ao relacionarem os dois ambientes. Observamos que, de

certa forma, eles perceberam que o objetivo era integrar esses dois ambientes de forma que um fosse importante para o outro e isso se confirmou com as justificativas apresentadas, independentemente do ambiente escolhido, já que muitos dos que optaram por um dos ambientes reconheciam a importância do outro. A resposta que bem representa isso foi a do aluno Hudson: *“Acho que precisa ser os dois juntos, pois se fosse somente com um dos dois não seria tão bom.”*

Sendo assim, observamos que, mesmo optando por um dos dois ambientes, uma quantidade significativa de alunos destacou a importância de ambos. Portanto, as preferências ficaram divididas entre os ambientes, mostrando assim que tanto o ambiente presencial como o virtual foram essenciais.

Dando continuidade às discussões sobre os ambientes de aprendizagem, o gráfico 4 mostra como os alunos classificaram sua participação em cada um desses ambientes. Trata-se de um comparativo entre os ambientes, com base em cada conceito escolhido pelos alunos.

Gráfico 4 – Opinião dos alunos sobre sua participação nos ambientes



Fonte: Arquivo da autora (2015).

Com a observação do gráfico, é possível notar que, para a maioria dos alunos, sua participação foi boa ou muito boa em ambos os ambientes, porém mais alunos avaliaram sua participação em muito boa no Facebook. Se considerarmos os

conceitos utilizados para avaliar a participação numa escala, em que pouca é o mínimo e muito boa é o máximo, perceberemos que, à medida que os conceitos aumentam, aumenta também a quantidade de alunos que representam o ambiente virtual, o que nos leva a crer que as participações nesse ambiente foram mais expressivas.

Outra discussão pertinente é saber, do ponto de vista do aluno, como ocorreu a relação entre os ambientes presencial e virtual. Ao serem perguntados sobre isso, os alunos disseram, de forma geral, que a relação entre os dois ambientes foi boa/bacana/interessante, pois *“tudo que a gente via em sala de aula, depois tinha uma atividade para gente fazer no Facebook”*, afirmou Lurdes; *“A matéria do face complementava o estudo em sala de aula e vice-versa”*, pontuou Mariani; *“...na sala de aula comentávamos sobre os trabalhos que havíamos feito, ou o que estávamos com dificuldade”* afirmou Izaura; *“...com as explicações em sala, foi mais fácil solucionar os exercícios do grupo”* disse Adrielma, referindo-se ao grupo criado no ambiente virtual; *“Como complemento de estudo”*, escreveu Bianca. Enfim, essas são apenas algumas transcrições de respostas dadas, mas, nesse mesmo sentido, foram as respostas dos outros alunos, ou seja, destacando que havia uma continuidade entre os dois ambientes e que as tarefas realizadas em um deles eram importantes para as tarefas do outro ambiente.

Ao utilizarem os mesmos conceitos do gráfico 4 para classificarem a relação entre as atividades desenvolvidas nos dois ambientes, 75% dos alunos a classificaram como muito boa, 20% como boa e apenas 5% como pouca ou regular.

Até então exploramos as concepções dos alunos sobre os ambientes de aprendizagem. Mas o que eles pensam sobre a geometria? Para abordarmos a percepção dos alunos sobre esse conteúdo, utilizamos uma dinâmica que consiste em comparar a geometria a um bicho. Essa dinâmica foi aplicada por Silva (2009) em sua tese de doutorado, com o objetivo de conhecer as crenças e concepções das professoras que pesquisou, pois Chapman (1997 apud SILVA, 2009) explica que o uso de metáforas nos aproxima do pensamento das pessoas. Foi com esse propósito que aplicamos a atividade e, por meio dela, analisamos a relação dos alunos com a geometria.

A pergunta – *Se a geometria fosse um bicho, que bicho ela seria? Por quê?* – foi feita em dois momentos: como atividade de abertura, no ambiente virtual; ao final dos trabalhos, no questionário sobre a percepção dos alunos. Observando as respostas dadas nesse segundo momento e fazendo um paralelo com as respostas anteriores dos alunos, foi possível perceber que o pavor que a maioria apresentou, ao dar a primeira resposta, deu lugar à simpatia pelo conteúdo. Alguns alunos ainda justificaram os bichos escolhidos por serem animais temidos por eles, mas foi a minoria. Outros escolheram o mesmo bicho, porém com uma justificativa diferente. Por exemplo, na primeira vez a aluna Bianca disse que seria um ornitorrinco, por ser *“um animal estranho e difícil de acostumar com sua existência”*. Na segunda vez, ela disse que seria o mesmo animal, porém justificou que *“mesmo sendo um animal estranho é fácil de compreender quando é observado”*. Já o aluno Luan, que, na primeira vez, disse que a geometria seria uma naja de sete cabeças, por *“ser sorrateira e atacar quando menos se espera”*, na segunda vez disse ser uma águia, por *“ser uma ave muito ágil e inteligente”*, argumentando que quem domina a geometria conhece grande parte do conhecimento humano. A aluna Mariah respondeu, na primeira vez, que seria uma abelha, por ela *“ser alérgica e ter pavor a esse animal”*. Na segunda vez, ela disse *“ser um cão feroz, pois assusta, mas pode se tornar um animal dócil com o passar do tempo”*. Obviamente nem todos os alunos apresentaram uma nova concepção positiva sobre a geometria, mas, como disse, foi a minoria. Seria inviável fazer um paralelo entre todas as respostas, dada a quantidade de alunos pesquisados. Desse modo, destacamos algumas que mereceram mais a atenção e que representam a impressão da maioria dos alunos: que é ver a geometria de uma forma mais agradável e sem medo.

De modo geral, a interação dos alunos foi bastante significativa nos dois ambientes. No início, as interações no ambiente virtual eram bem tímidas e foi preciso fomentar a participação. Aos poucos, as interações foram aumentando e tornando-se mais expressivas. É importante destacar também que os alunos compreenderam a importância dos dois ambientes e da relação de reciprocidade entre eles.

Ao finalizarmos esta parte do texto, gostaríamos de ressaltar que as percepções dos alunos e os reflexos do trabalho desenvolvido não se encerram com a pesquisa. Hoje, muitos alunos dessas turmas estão no primeiro período de graduação e

continuam manifestando, por iniciativa própria, suas percepções sobre o trabalho desenvolvido no ano anterior, entre os quais a aluna Geruza, graduanda em *Design de Interiores*, a qual, após algumas semanas de aula, enviou a seguinte mensagem: “*aquele momento da vida q vc se vê pensando quanto a aula de geometria no ensino médio era importante, hj acertei uma pergunta básica q era só dizer vértices, arestas e faces [...] to tendo q desenhar em três dimensões, em várias perspectivas [...] é impossível ã lembrar da sua aula*”. Também a aluna Luma, cursando engenharia civil, enviou uma mensagem relatando o seu ótimo desempenho na disciplina Desenho Técnico; Além delas, a Adrielma, que está cursando arquitetura, enviou fotos e relatos de um trabalho sobre composição e desconstrução de formas geométricas.

Independentemente de os alunos das turmas pesquisadas continuarem ou não os estudos, percebemos, por meio desses exemplos, que muito fruto ainda será colhido.

6 PRODUTO EDUCACIONAL

Acreditamos que a proposta de trabalho desenvolvida nesta dissertação é uma experiência muito rica e inovadora para a educação matemática. Desse modo, pensamos que o produto final deve ser uma forma de compartilhar essa experiência com os professores de Matemática, dialogando sobre novas possibilidades de ensino e aprendizagem de geometria, aliadas à utilização das redes sociais como um espaço complementar à sala de aula.

A partir dessa perspectiva, produzimos um guia didático destinado a professores de Matemática do ensino médio, cujas atividades também podem ser utilizadas ou adaptadas para séries finais do ensino fundamental. O objetivo do guia é ser um material de apoio para o professor que, além de oferecer exemplos de atividades, possa servir de inspiração para a criação de novas atividades mediante as adaptações necessárias.

O guia está organizado em forma de livreto e compõe mais um material da série *Guias de Didáticos de Matemática* do programa de pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT). Trata-se do número 23 desta série e tem como título *Geometria nas redes sociais: curta essa ideia!*

O livreto estará disponível no formato PDF, no *site* do EDUCIMAT, em um portal com produtos finais, dissertações e livros, para serem baixados livremente.

O guia didático *Geometria nas redes sociais: curta essa ideia!* contém as seguintes seções: sumário, apresentação, introdução, como o trabalho foi desenvolvido, atividades comentadas, considerações finais, referências, sugestões de leituras e anexos.

Na apresentação falamos sobre a estrutura do guia e seu objetivo; já na introdução relatamos sucintamente como foi a pesquisa de mestrado que subsidiou a construção do guia, bem como as teorias que a embasaram. Consideramos importante relatar como o trabalho foi desenvolvido e a dinâmica da utilização das redes sociais como um espaço complementar à sala de aula, por isso criamos esta

seção, na qual também damos uma visão geral sobre as atividades que serão apresentadas no guia.

Na seção *atividades comentadas*, mostramos quatro atividades realizadas no ambiente presencial e duas no ambiente virtual. A proposta foi tanto apresentar as atividades quanto comentá-las e dialogar com o professor leitor, de forma a contribuir para que ele reflita sobre a própria prática. Logo após a atividade, por meio de um comentário, fazemos um breve relato da nossa experiência com a aplicação da atividade. Finalizamos cada atividade com uma caixa de texto em que dialogamos com o professor e refletimos sobre a importância da atividade apresentada no contexto da aprendizagem geométrica. Além disso, deixamos um questionamento para que o professor leitor amplie sua análise sobre a atividade apresentada.

Nas considerações finais, discutimos o processo dialógico de aprendizagem em ambientes presenciais e virtuais e a importância desse processo.

Além das referências utilizadas no texto, apresentamos algumas indicações de leitura que podem contribuir para aprofundar as atividades e temas discutidos no guia.

É pertinente destacar que não pretendemos que este material seja uma receita pronta que deve ser seguida à risca. Pelo contrário, esperamos que este material auxilie o professor de Matemática, contribuindo para que ele tenha um novo olhar sobre o ensino e aprendizagem de geometria e principalmente que, com base no que foi proposto, ele possa criar novas atividades, analisá-las e, quem sabe, compartilhá-las, afinal o conhecimento nunca se fecha, não está pronto e acabado, mas em constante construção. É compartilhando experiências que aprendemos e enriquecemos esse processo.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos a dissertação chamando a atenção para o crescente número de pessoas que utilizam a *internet*, bem como para o espaço que as redes sociais vêm ganhando na vida das pessoas de todas as faixas etárias, principalmente dos jovens. Questionamos então sobre a possibilidade de utilizar esses espaços virtuais no contexto da aprendizagem escolar.

Diante disso, apresentamos uma proposta de pesquisa tendo por foco a utilização pedagógica das redes sociais como um espaço complementar a sala de aula, visando desenvolver uma metodologia integrando dois ambientes: o presencial e o virtual. Optamos pelo conteúdo *sólidos geométricos* por percebermos que, mesmo havendo algumas mudanças, o ensino de geometria no Brasil ainda é deficitário, prevalecendo práticas educacionais em que se predomina o raciocínio algébrico em detrimento das atividades que exploram a visualização.

No intuito de construirmos o embasamento teórico, pesquisamos trabalhos sobre processos de ensino e aprendizagem de geometria e também sobre tecnologias da informação e comunicação na educação matemática. Percebemos que muitos trabalhos contemplavam ambos os temas e que a utilização de tecnologias como *softwares* podem contribuir para o ensino e aprendizagem de geometria. Entre os trabalhos pesquisados, destacamos alguns que se tornaram relevantes não só por constituírem parte da revisão bibliográfica, como Magedanz (2009) e Becker (2009), mas também por ajudarem nas bases teóricas que sustentam esta pesquisa, como Borba, Silva e Gadanidis (2014); Borba e Penteado (2010); Bairral (2007, 2009); Bairral e Powell (2006, 2013); Freire (1987); Nacarato e Santos (2014); Fraga (2004); Nasser e Tinoco (2011); Van Hiele (1957); Van Hiele-Geldof (1957); e Gutiérrez (1991, 1996, 1998).

Reconhecemos que foi um trabalho muito rico e, antes de retomarmos os objetivos desta pesquisa, gostaríamos de discutir alguns dos aspectos metodológicos que a envolveram.

O tipo de prática desenvolvido exige uma postura dinâmica do professor e também dos alunos, visto que rompemos com o modelo tradicional de educação centrado no professor. No processo desenvolvido, o professor é um mediador, que aprende e ensina, assim como os alunos. Por isso, escolhemos trabalhar com foco no processo dialógico de aprendizagem, apresentado por Freire (1987), que está voltado para o diálogo crítico, que é rico em questionamento e argumentação, principalmente por parte dos alunos.

Para isso, a escolha por um ambiente virtual que contribua com esse processo fundamentado no diálogo é importante. Ao escolhermos o Facebook, levamos em consideração ser um ambiente de que os alunos já fazem uso, logo já conhecem os recursos disponíveis na plataforma, o que facilita a interação. Criar outro ambiente utilizando uma plataforma própria possivelmente não seria tão dinâmico quanto utilizar um ambiente já conhecido, porém com uma nova finalidade. O fato de mais de 90% dos alunos das turmas pesquisadas terem perfil nessa rede social também contribuiu para a escolha.

Mesmo sendo um ambiente que todos conheciam, foi importante realizar a atividade piloto, pois, por meio dela, os alunos começaram a ver novas possibilidades de utilização desse espaço. Além do mais, a atividade piloto contribuiu para que os alunos se familiarizassem com a dinâmica do trabalho e que possíveis dificuldades fossem analisadas e solucionadas, impedindo que elas acontecessem no trabalho posterior, com os sólidos geométricos.

É pertinente chamar a atenção para o quantitativo de alunos interagindo num mesmo ambiente virtual: 89 alunos. Com a experiência, foi possível constatar que o grande número de alunos se torna um agravante para a interação, ao contrário do que pode parecer. Observamos que as primeiras interações eram mais significativas, pois, na resolução dos problemas, os primeiros alunos liam as respostas dos colegas com os quais interagiam. Porém, no momento em que já havia uma grande quantidade de comentários, os alunos, no máximo, liam a última resposta, limitando-se, muitas vezes, a dar a resposta solicitada sem analisar as discussões dos colegas. Nessa perspectiva, acreditamos que trabalhar com um grupo menor ampliaria as possibilidades de interação.

Outro ponto importante a ser destacado é que, apesar de ser uma prática envolvendo tecnologias da informação e comunicação, não utilizamos o laboratório de informática da escola. Como já foi dito em outra parte do texto, a escola dispunha de laboratório de informática, porém apenas cinco computadores tinham acesso à *internet*, dos quais nenhum tinha o acesso liberado às redes sociais. Acreditamos que, se tivéssemos procurado a Secretaria Estadual de Educação, para apresentar o projeto de pesquisa e solicitar a liberação do acesso a esse tipo de *site*, seríamos atendidas. Contudo, optamos por trabalhar dentro da realidade vivenciada pelos alunos da escola, visto que sabemos que, na maioria das escolas públicas, a realidade é a mesma.

Desenvolver o tipo de prática proposto para esta pesquisa no contexto de uma escola com o suporte do laboratório de informática já seria estar muito longe da zona de conforto, porém, sem esse suporte, foi um desafio maior ainda. Buscamos diferentes estratégias para superar essa dificuldade e chamamos a atenção para isso, ao descrevermos as atividades no capítulo 5. O fato de a maioria dos alunos acessar o Facebook também pelo celular contribuiu significativamente para a realização das tarefas. Sendo assim, os problemas que foram postados no ambiente virtual em arquivo de Word foram realizados rapidamente pelos alunos, já que era simples de acessar pelo celular. Já as atividades em que era preciso recorrer a outro aplicativo, acessando outro *site*, eram mais difíceis (algumas impossíveis) de fazer pelo celular, logo eles demoravam mais tempo para realizá-la.

Ainda falando sobre a utilização do celular como um suporte, ocorreu que uma das turmas envolvidas na pesquisa utilizou, por iniciativa própria, o WhatsApp. No Facebook não era possível a comunicação por áudio, logo eles utilizaram o grupo da turma para discutir dúvidas da tarefa antes de formular a resposta para postar no Facebook. Isso é um ponto interessante a ser considerado sobre novas possibilidades de utilização das redes sociais.

Ao refletirmos sobre os objetivos específicos da pesquisa, tendo como base a análise dos dados construídos, percebemos, ao *descrevermos o processo de interação entre as atividades envolvendo sólidos geométricos desenvolvidas em sala de aula e em redes sociais*, que o desenvolvimento de habilidades visuais é um

processo lento e contínuo. É preciso que o professor insista em atividades nas quais seja possível ao aluno manipular o sólido, observá-lo sob os diferentes ângulos e explorar suas características, confirmando assim o que apontam os estudos de Gutiérrez (1998).

Sobre identificar habilidades do pensamento geométrico construídas e explicitadas por alunos durante interações e resoluções de atividades na aprendizagem de sólidos geométricos, percebemos a importância do discurso e da interação para o aprendizado matemático, reforçando o que indica Bairral (2007). Por meio das análises de algumas interações, observamos que inicialmente os alunos classificavam um sólido por sua aparência global, associando-o a sólidos já conhecidos, conforme Lopes e Nasser (1996) caracterizam o nível inicial de construção do pensamento geométrico. Observamos ainda que, mesmo depois de explorarem algumas características, eles sentiram dificuldade para classificar o sólido mediante essas características. Somente após algumas aulas explorando os sólidos geométricos, os alunos começaram a recorrer às características de um sólido para identificá-lo, e esse processo começou de maneira implícita, até que as habilidades entraram em uso consciente, confirmando assim as discussões de Salvador et al. (1994) num trabalho sob a coordenação de Angel Gutiérrez.

Ao relacionarmos habilidades do pensamento geométrico dos alunos com os tipos de interlocuções desenvolvidas em sala de aula e em redes sociais, destacamos a escrita como uma ferramenta que possibilita a análise do desenvolvimento do pensamento matemático. As interlocuções negociativas confirmam o que apontam Bairral e Powell (2013), ao afirmarem que elas são mais favoráveis à construção de ideias matemáticas. Além disso, ao analisarmos esse tipo de interlocução, concluímos que elas possibilitam um olhar além daquilo que está escrito, contribuindo para identificar habilidades desenvolvidas no decorrer da construção do pensamento geométrico.

Quanto a *analisar percepções de alunos sobre a dinâmica metodológica para aprendizagem de geometria integrando ambientes de sala de aula e redes sociais*, percebemos que eles reconheceram a importância de cada ambiente, da relação de reciprocidade entre eles e das contribuições do processo interativo para a

aprendizagem. Quando um aluno justificou sua opinião sobre a metodologia utilizada –*“tínhamos o grupo para tirar dúvida e aprender mais”* –, concluímos que o ambiente virtual foi importante para a aprendizagem, assim como a relação estabelecida entre os dois ambientes, conforme destacou uma aluna, ao responder: *“pude perceber o entrosamento dos alunos nas duas atividades, levando e trazendo dúvidas do face para sala de aula e da sala para o face”*.

De maneira geral, ao *analisarmos habilidades do pensamento geométrico construídas por alunos do ensino médio a partir de interlocuções propiciadas pela interação em sala de aula e em redes sociais durante o estudo de sólidos geométricos, constatamos* a importância dos aspectos visuais no ensino da geometria, pois, mesmo na fase final do ensino médio, grande parte do público pesquisado ainda não tinha habilidades básicas de visualização desenvolvidas. Reconhecemos que, com esta pesquisa, não podemos generalizar a questão do uso das redes sociais na educação. Porém, ela traz indicativos de que, quando estabelecida uma conexão com as atividades desenvolvidas em sala de aula, a interação, a aprendizagem e o envolvimento dos alunos são satisfatórios.

Volto a utilizar o verbo em primeira pessoa do singular para fazer uma reflexão sobre a aprendizagem que construí ao longo da pesquisa e do curso.

Aprendi que, em diversas situações de sala de aula, fazer perguntas é mais significativo do que dar respostas, pois, com base em um diálogo questionador e problematizador, é possível fomentar a reflexão e a autonomia nos alunos. O conhecimento não é algo pronto, acabado. Sendo assim, os novos olhares ampliam as possibilidades e aprendizagens. Desse modo, não tenho como objetivo encerrar as discussões que se iniciaram com este trabalho, mas, por meio delas, ter novos olhares e novas aprendizagens sobre os processos de ensino e aprendizagem de geometria com suporte na utilização das tecnologias da informação e comunicação.

Ainda há muito que explorar. O foco da pesquisa esteve nas interações desenvolvidas pelos alunos e nas habilidades do pensamento geométrico construídas por meio delas, mas, ao longo do texto, alguns outros pontos foram tangenciados. Quem sabe alguns desses pontos não subsidiem pesquisas futuras?

Represento, assim, minha propensão em continuar nessa área de pesquisa (ensino e aprendizagem de geometria com utilização das tecnologias da informação e comunicação) e manifesto meus planos futuros recorrendo à descontraída linguagem utilizada nas redes sociais: #partiudoutorado.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ABU, M. S.; ABIDIM, Z. Z. Improving the levels of geometric thinking of secondary school students using geometry learning video based on Van Hiele Theory. **International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)**, Malaysia, v.2, n. 1, p. 16-22, 2013. Disponível em: <<http://iaesjournal.com/online/index.php/IJERE>>. Acesso em: 14 out. 2013.

ALMEIDA, M. E. B. **Informática e formação de professores**. MEC. 2000

ALVES, G. S. **O uso de software de geometria dinâmica para o desenvolvimento de habilidades cognitivas**: uma aplicação em alunos do ensino médio. 2004, 288f. Dissertação (Mestrado em Informática). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2004.

AMANTE, L. Facebook e novas sociabilidades: contributos da investigação. In: PORTO, C.; SANTOS, E. (Org.). **Facebook e educação**: publicar, curtir, compartilhar. Campina Grande: EDUEPB, 2014.

ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. In: **XXI conference on the Psychology of Mathematics Education**. North American Chapter, Mexico, 1999. p. 26-41.

AZEVEDO, N. A. P. C. **Atividade investigação em Geometria**: uma experiência no 2.º ano de escolaridade. 2013. 132fs. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação) – Instituto Politécnico de Lisboa, Escola Superior de Educação, Lisboa, Portugal, 2013. (Repositório Institucional). Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10400.2/2584>>. Acesso em: 20 set. 2013.

BAIRRAL, M. A. **Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais a distância**. Rio de Janeiro: Edur, 2007.

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da informação e comunicação na formação e Educação Matemática**. Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2009.

BAIRRAL, M. A. POWELL, A. B. Interloquções e saberes docentes em interações on-line: um estudo de caso com professores de Matemática. **Pro-posições**, v. 24, n.1 (70), p.61-77. JAN/ABR 2013.

BAIRRAL, M.; POWELL, A. **A escrita e o pensamento matemático**. Campinas: Papyrus, 2006.

BECKER, M. **Uma alternativa para o ensino de geometria**: visualização geométrica e representação de sólidos no plano. 2009, 111f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2009.

BORBA, M. C. Educação a distância online: exemplos de geometria, funções e modelagem (palestra). In: **IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte, 2007.

BORBA, M. C. **Humans-with-media and continuing education for mathematics teachers in online environments**. ZDM. Berlin, v. 44, p. 802-814, 2012.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; AMARAL, R. B. **Educação a distância online**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1.ed. Belo Horizonte: Antência, 2014.

CALVO, T. C. M. **Estudo sobre a aprendizagem dialógica em ambientes virtuais de aprendizagem na disciplina de matemática**. 2013, 116f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática). Instituto Federal do Espírito Santo. Vitória, 2013.

CARVALHO, M. L. O. **Representações planas de corpos geométricos tridimensionais: uma proposta de ensino voltada para a codificação e decodificação de desenhos**. 2010, 244f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação matemática). Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2010.

CEIA, M. J. M. **A taxonomia Solo e os níveis de Van Hiele**. Disponível em: <http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2002/2002_15_MJMCeia.pdf>. Acesso em: 20 out. 2013

CROWLEY, M. L. The Van Hiele Model of the Development of Geometry thought. In: LINDQUIST, M.M. **Learning and teaching geometry, K-12**. National Council of teachers of Mathematics, p. 1-16. 1987.

DOMINGOS, J. **Um estudo sobre polígonos a partir dos princípios de Van Hiele**. 2010, 272f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2010.

DUVAL, R. Representation, vision and visualization: cognitive function in mathematical thinking. Basic issues for learning. In: HITT, F.; SANTOS, M. **Proceeding the 21st Annual Meeting of the North American Chapter of the Internacional Group for the Psychology of Mathematics Education**, 1999. p. 3-26.

ESPÍRITO SANTO. **Currículo Básico Escola Estadual: Ensino Médio, área de ciências da natureza**. Vitória, SEDU, 2009.

FERNANDES, L. **Redes Sociais Online e Educação: Contributo do Facebook no Contexto das Comunidades Virtuais de Aprendentes**. 2011. Disponível

em:<http://www.trmef.lfernandes.info/ensaio_TRMEF.pdf>. Acesso em: 13 abr. 2015.

FERRADA, D.; FLECHA, R. El modelo dialógico de La pedagogia: um aporte desde lãs experiências de comunidades de aprendizaje. **Estudios Pedagógicos XXXIV**, n. 1, p. 41-61, 2008.

FERREIRA, A. B. H. **Mini Aurélio**: o minidicionário da Língua Portuguesa. 4. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

FERREIRA, F. E. Ensino e aprendizagem de poliedros regulares via teoria de Van Hiele com origami. In: **Anais Encontro Nacional de Educação Matemática**, n. 11, 2013, Curitiba.

FLORES, C. R.; WAGNER, D. R.; BURATTO, I. C. F. Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas. **Educação Matemática Pesquisa**. v. 14, n. 1, p. 31-45. 2012.

FRAGA, S. A. **Um estudo sobre triângulos em livros didáticos a partir do Movimento da Matemática Moderna**. 2004, 210f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2004.

FREITAS, R. C. O. **Um ambiente para operações virtuais com o material dourado**. 2004, 190f. Dissertação (Mestrado em Informática). Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2004.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 48. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FUMIAN, A. M.; RODRIGUES, D. C. G. A. O Facebook enquanto plataforma de ensino. In: **Anais... III Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia**, 2012.

GRIFFITH, S.; LIYANAGE, L. An introduction to the potential of social networking sites in education. In: Olney, I.; et al. (Eds.), **Proceedings of the Second Emerging Technologies Conference**, 2008 (p. 76-81). Wollongong: University of Wollongong.

GUTIERREZ, A. Exploringthe links between van Hiele levels and 3-dimensional Geometry. In: **Structural Topology**, n.18. Universidad de Valência, Spain, 1992. Disponível em:<<http://www.uv.es/angel.gutierrez/marcotex.html>>. Acesso em: 13 mar. 2015.

GUTIERREZ, A. **Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales enlaenseñanza de La geometria espacial**. Revista EMA3.3, p. 193-220. Colômbia, 1998. Disponível em: <<http://www.uv.es/angel.gutierrez/marcotex.html>>. Acesso em: 20 mar. 2014.

GUTIERREZ, A. Procesos y habilidades em visualizacion espacial. In: **3er Congreso Internacional sobre investigación em educação matemática**, p. 44-59. Valência, 1991. Disponível em: <<http://www.uv.es/angel.gutierrez/marcotex.html>>. Acesso em: 13 mar. 2015.

GUTIERREZ, A. Visualization in 3-dimensional geometry: in search of a framework.

In: PUIG, L; GUTIÉRREZ, A. **Proceedings of 20th PME Conference**, v. 3, p. 19-26, Universidade de Valência, Spain, 1996.

GUTIÉRREZ, A.; JAIME, A.; FORTUNY, J. M. An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the Van Hiele Levels. In: **Journal for Research in Mathematics Education**. v. 22, n. 3, p. 237-251.1991.

KALEFF, A. M. M. R. **Vendo e entendendo os poliedros**. 2. ed. Rio de Janeiro, 2003.

LAMPE, C.; ELLISON, N.; STEINFELD, C. Changes in use and perception of Facebook. In: **Conference on Computer-Supported Cooperative Work**, 2008, New York. Anais...New York: ACM, 2008, p. 721-730.

LÉVY, P. **Cibercultura**. Tradução de Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Editora 34, 2010.

LIMA, E. S. et al. **Formação de professores do ensino médio, etapa II, caderno I: organização do trabalho pedagógico no ensino médio**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Curitiba, UFPR, 2014.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U, 2013

LOPES, M. L. M. L.; NASSER, L. (Coor.). **Geometria na era da imagem e do movimento**. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1996.

MAGEDANZ, A. **Sala de aula presencial e ambiente virtual de aprendizagem: investigando interações de alunos do ensino médio a partir de uma proposta diferenciada no ensino de matemática**. 2009, 129f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas). Secretaria de extensão e pós-graduação da Universidade Integrada do Vale do Taquari de Ensino Superior. Lajeado, 2009.

NACARATO, A. M.; SANTOS, C. A. **Aprendizagem em Geometria na educação básica: a fotografia e a escrita na sala de aula**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

NASSER, L.; TINOCO, L. (Coor.). **Curso Básico de Geometria: formação de conceitos geométricos**. Rio de Janeiro: Ed. IM/UFRJ, 2011.

PAPERT, S. **Logo: computadores e educação**. Tradução de Afira Vianna Ripper, Beatriz Bitelmam e José Armando Valente. São Paulo: Editora Brasiliense, 1988.

PATRÍCIO, M. R.; Gonçalves, V. Facebook: rede social educativa? In: **I Encontro Internacional TIC e Educação**. Lisboa: Universidade de Lisboa, Instituto de Educação. p. 593-598. 2010.

POWELL, A. B. **Socially emergent cognition: particular outcome of student-to-student discursive interactions during mathematical problem solving**. Horizontes, v. 21,

n.1, p. 33-42. 2006.

REIS, J. F. **Etnomatemática, educação matemática crítica e pedagogia dialógico-libertadora**: contextos e caminhos pautados na realidade sociocultural dos alunos. 2010, 147f. Dissertação (Programa de pós-graduação em educação em ciências e matemática). Universidade Federal de Goiás. Goiânia, 2010.

RUI, H. M. G. **Ciência, técnica e tecnologia e suas aplicações na sociedade moderna**. Revista FACEVV, Vila Velha, n. 8, p. 67-75, jan. 2012.

SALLES, A. T.; BAIRRAL, M. A. Identificando e analisando Heurísticas em interações no VMT-Chat. In: BAIRRAL, M. A. **Pesquisa, ensino e inovação com tecnologias em educação matemática**: de calculadoras a ambientes virtuais. 1. ed. Rio de Janeiro: EDUR, 2012. p. 117-139.

SALVADOR, R. C. et al. Bases teóricas: El Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele. In: RODRIGUEZ, A. G. (Coor.). **Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele**. Madri: CIDE, 1994. p. 11-29.

SAVISKI, I. C. R. O ensino da Matemática no Ensino Médio com o uso de Blogs. **Revista científica Saber**. v. 1, n. 1, 2013.

SCHEFFER, N. F. A argumentação matemática na exploração de atividades com calculadora gráfica e softwares gratuitos. In: BAIRRAL, M. A. (Org.) **Pesquisa, ensino e inovação com tecnologias em educação matemática**: de calculadoras a ambientes virtuais. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora da EFRRJ, 2012.

SEGADAS, C. (Coor.). **Visualizando Figuras Espaciais**. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2008.

SILVA, S. A. F. **Aprendizagens de professoras num grupo de estudos sobre matemática nas séries iniciais**. 2009, 365f. Tese (Programa de pós-graduação em educação do centro de educação da Universidade Federal do Espírito Santo). Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2009.

SOUZA, S. et al. Contribuições e desafios da internet para a educação básica e superior: uma experiência didática. In: **Anais...** III Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia, 2012.

VAN HIELE, P. M. **De problematikk van het Inzicht Gedemonstreed van het Inzicht van Schodkindren in Meetkundeleerstof**. Doctoral dissertation. University of Utrecht, 1957.

VAN HIELE-GELDOLF, D. **De didaktick van de Meetkund in de eerste klass van het V.H.M.O**. Doctoral dissertation, University of Utreche, 1957.

VAN HIELE, P. M. **Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play**. Teaching Children Mathematics, v. 6, 1999. p. 310-316.

VELOSO, E. **Geometria**: temas atuais: materiais para professores. Lisboa, 1998.

VIANNA, M. A. Modelando funções no excel: a busca por padrões em situações cotidianas com licenciandos em matemática. In: BAIRRAL, M. A. (Org.) **Pesquisa, ensino e inovação com tecnologias em educação matemática**: de calculadoras a ambientes virtuais. 1. ed. Rio de Janeiro: EDUR, 2012. p. 65-80.

VILLIERS, M. Algumas reflexões sobre a teoria de Van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.12, n. 3, p. 400-431, 2010.

WIRSZUP, I. (1976): Breakthroughs in the Psychology of Learning and Teaching Geometry. In: **Space and Geometry**: papers from a Research Workshop. Columbus, OH: ERIC.

ANEXOS

ANEXO A

Carta de apresentação do projeto de pesquisa



CARTA DE APRESENTAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA

Ao senhor diretor, da EEEFM Coronel Antônio Duarte

Assunto: **Apresentação do projeto de pesquisa**

Prezado senhor,

Apresento o projeto de pesquisa intitulado **ENSINO E APRENDIZAGEM DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO MÉDIO: UTILIZAÇÃO DE REDES SOCIAIS COMO UM AMBIENTE DE INTERAÇÃO E DE COMUNICAÇÃO**, que tem por objetivo servir como suporte para a dissertação de mestrado do curso Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo - IFES, a ser realizado no período de abril a julho de 2014.

Explicamos que as informações a serem oferecidas e coletadas pela pesquisadora serão guardadas pelo tempo que determinar a legislação e não serão utilizadas em prejuízo desta instituição e/ou pessoas envolvidas, inclusive na forma de danos à estima, prestígio e/ou prejuízo econômico ou financeiro. Além disso, durante ou depois da pesquisa é garantido o anonimato de tais informações e dos sujeitos da pesquisa, que neste caso, serão os alunos do 3º ano do turno matutino. Utilizaremos nomes fictícios para que não haja identificação dos alunos.

A pesquisa será desenvolvida pela aluna *Organdi Mongin Rovetta* do curso de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo e orientada pela professora Drª Sandra Aparecida Fraga da Silva.

Para tanto, respeitosamente, solicito ao senhor, que autorize que a pesquisa seja feita na instituição que dirige, permitindo à aluna pesquisadora que desenvolva uma sequência didática em suas próprias aulas.

Vitória, 25 de abril de 2014

Profª Drª Sandra Aparecida Fraga da Silva

Orientadora de mestrado

ANEXO B

Autorização do diretor da escola**TERMO DE AUTORIZAÇÃO**

Eu, Mateus Vetorazzi,
ocupante do cargo de DIRETOR (A) na instituição de ensino EEEFM “Coronel Antônio Duarte”, localizada na Avenida Danilo Monteiro de Castro 229, centro, autorizo a realização da pesquisa **ENSINO E APRENDIZAGEM DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO MÉDIO: UTILIZAÇÃO DE REDES SOCIAIS COMO UM AMBIENTE DE INTERAÇÃO E DE COMUNICAÇÃO** sob responsabilidade da aluna pesquisadora *Organdi Mongin Rovetta* do curso de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática, do IFES, orientada pela prof^a Dr^a Sandra Aparecida Fraga da Silva.

Afirmo que fui devidamente orientado sobre a finalidade e objetivo da pesquisa, bem como sobre a utilização de dados exclusivamente para fins científicos e sua divulgação posterior, sendo que meu nome, dos professores e dos alunos envolvidos na pesquisa será mantido em sigilo, utilizando nomes fictícios para a apresentação dos dados.

Iconha/ES, 30 de abril de 2014.

DIRETOR
(carimbo)

Mateus Vetorazzi
Diretor Escolar
Port. Nº 230-S/10

ANEXO C

Modelo do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - ALUNOS

Eu, (nome do responsável) _____ nascido em _____, com _____ de idade, estado civil _____, responsável pelo aluno (a) _____, endereço _____

RG _____, CPF _____, autorizo a participação do meu filho (a) de forma voluntária no estudo de pesquisa intitulado ENSINO E APRENDIZAGEM DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NO ENSINO MÉDIO: UTILIZAÇÃO DE REDES SOCIAIS COMO UM AMBIENTE DE INTERAÇÃO E DE COMUNICAÇÃO, cujo objetivo é: investigar quais limites e contribuições de redes sociais como ambiente de interação e de comunicação no processo de ensino e aprendizagem de sólidos geométricos.

A participação no referido estudo será no sentido de autorizar o uso dos diferentes instrumentos/materiais escritos/produzidos por meu filho (a), durante o período de pesquisa nas aulas de matemática, desenvolvimentos de atividades e outros, de algumas falas observadas em aula e entrevista que se fizerem necessárias para o desenvolvimento da pesquisa. Também autorizo o uso de imagens que não identifiquem meu filho (a) estritamente para fins acadêmicos da pesquisa.

Estou ciente de que minha privacidade e a de meu filho (a) serão respeitadas, ou seja, meu nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, nos identificar, será mantido em sigilo.

Também fui informado de que posso me recusar a participar do estudo, ou retirar meu consentimento a qualquer momento, sem precisar justificar, e de, por desejar sair da pesquisa, não sofrerei qualquer prejuízo à assistência que venho recebendo.

Os pesquisadores envolvidos com o referido projeto são Organdi Mongin Rovetta e Prof.^a Dr.^a Sandra Aparecida Fraga Silva, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo - Ifes e com eles poderei manter contato pelos e-mails respectivamente: rovetamongin@gmail.com e sandrafraga7@gmail.com.

Fui assegurado sobre a assistência durante toda pesquisa, bem como me é garantido o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, enfim, tudo o que eu queira saber antes, durante e depois da minha participação.

Tendo sido orientado quanto ao teor de todo o aqui mencionado e compreendido a natureza e o objetivo do já referido estudo, manifesto meu livre consentimento em permitir a participação de meu filho (a), estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, pela participação do mesmo.

Iconha, 13 de maio de 2014.

Assinatura do Responsável pelo aluno (a)

Assinatura do aluno (a)

Pesquisadora: Organdi Mongin Rovetta

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Sandra A. Fraga da Silva

ANEXO D

Apostila sobre perspectiva

	Aluno:	3º M ___ / Data: ___/___/___
	Professora: Organdi Mongin Rovetta	Disciplina: Matemática
Apostila sobre PERSPECTIVA		

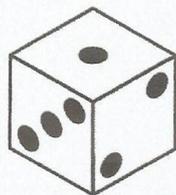
FONTE das atividades 1 a 7:

Kaleff, A.M.M.R. **Vendo e entendendo os poliedros**. 2ª ed. Rio de Janeiro, 2003.

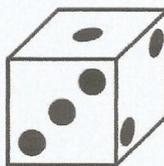
PERSPECTIVA

Perspectiva é a representação gráfica dos objetos tridimensionais. Ela pode ser feita de várias maneiras, com resultados diferentes, que se assemelham mais ou menos à visão humana.

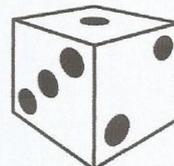
Observe como um objeto pode ser representado de maneiras diferentes:



Perspectiva Isométrica



Perspectiva Cavaleira



Perspectiva Cônica

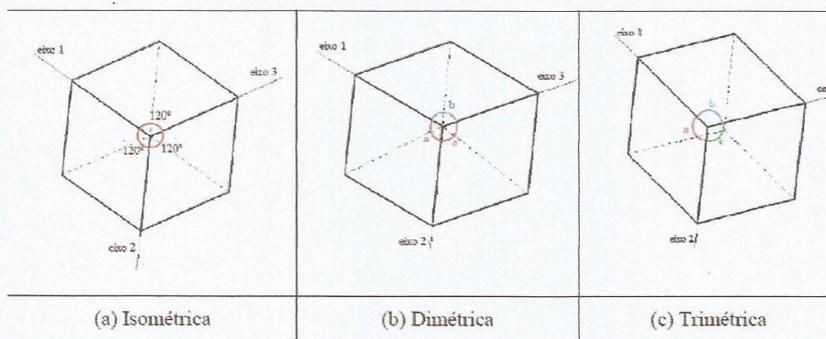
Há dois tipos de perspectivas: a perspectiva central ou cônica e a perspectiva paralela.

Na **perspectiva central** é definido um ponto, chamado ponto de fuga (PF) para onde convergem algumas das linhas retas paralelas, isto é, por este ponto passam as linhas de profundidade. O paralelismo é conservado somente em relação às faces paralelas ao plano de projeção.

Na **perspectiva paralela**, o ponto de fuga é indeterminado, fica no infinito. Neste tipo de representação, há conservação do paralelismo das arestas. A perspectiva paralela se subdivide em dois grupos: perspectiva cavaleira e perspectiva axonométrica.

A perspectiva cavaleira é uma projeção sobre um plano paralelo a uma das faces principais do objeto. O desenho obtido por esta projeção não está conforme o que se percebe com a visão, mas conforme o conhecimento que temos dos objetos representados, e daí sua aceitação natural. O que ocorre, na verdade, é o embate entre os polos do que se vê e do que se sabe sobre o objeto.

Na perspectiva axonométrica não é necessário que uma das faces do objeto seja paralela ao plano de projeção. Fazem parte do grupo das perspectivas axonométricas: a perspectiva isométrica, a dimétrica e a trimétrica.

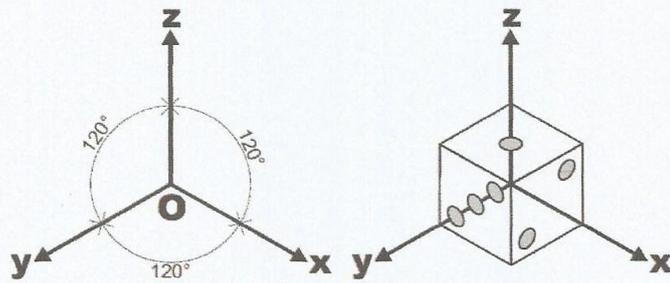


(a) Isométrica

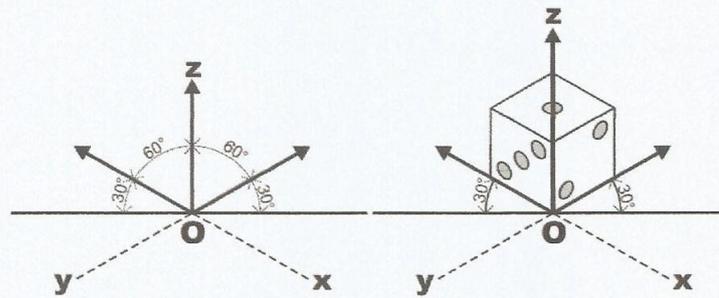
(b) Dimétrica

(c) Trimétrica

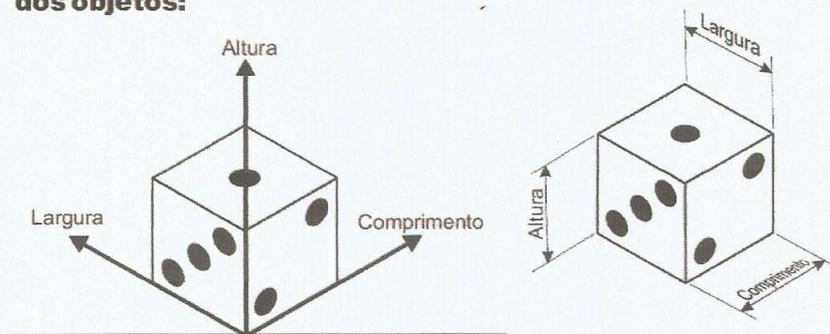
Perspectiva isométrica é o processo de representação tridimensional em que o objeto se situa num sistema de três eixos coordenados. Estes eixos, quando perspectivados, fazem entre si ângulos de 120° :



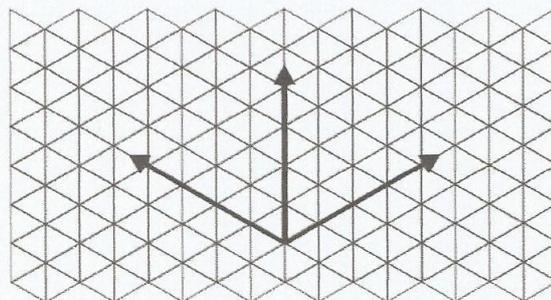
Costuma-se utilizar, na construção das perspectivas, o prolongamento dos eixos X e Y a partir do ponto O, no sentido contrário, formando ângulos de 30° com a horizontal, enquanto o eixo Z (vertical) permanece inalterado.



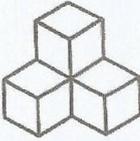
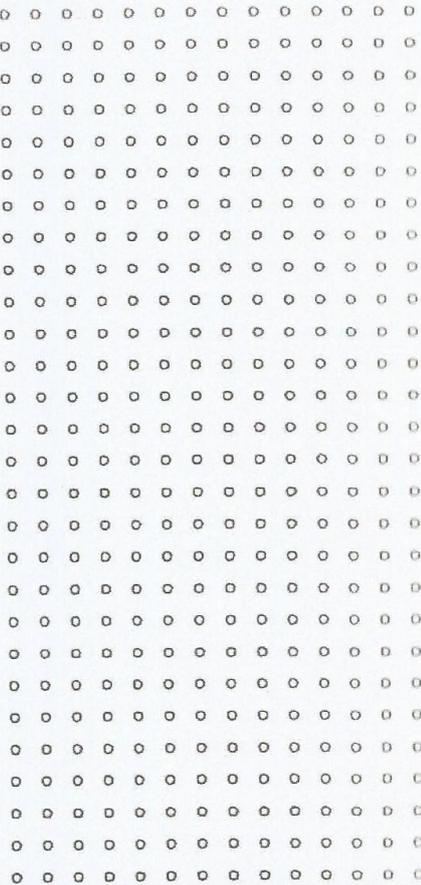
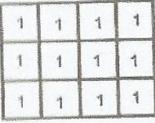
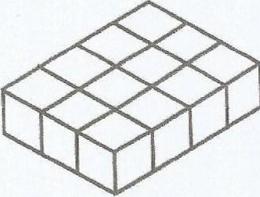
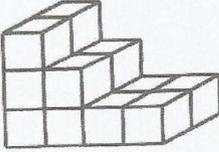
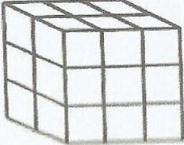
Cada eixo coordenado corresponde a uma dimensão dos objetos:



A malha isométrica é um artifício de desenho cuja finalidade é possibilitar a produção de rascunhos gráficos muito próximos da perspectiva isométrica precisa (feita com instrumentos). Consiste na malha de triângulos equiláteros formada por retas paralelas aos eixos.



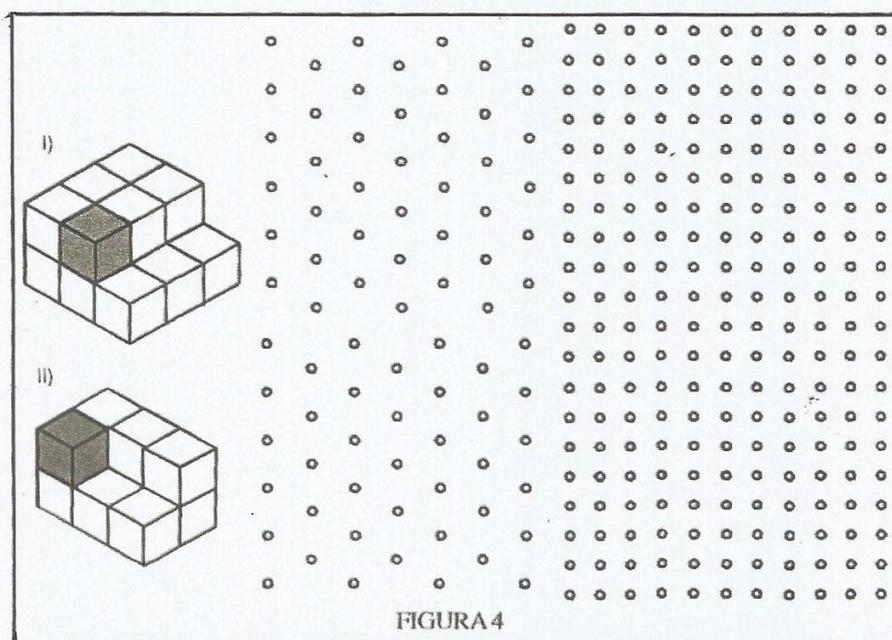
Atividade 1 – Represente a projeção ortogonal superior, de frente e lateral de cada um das representações em perspectiva

REPRESENTAÇÃO COTADA	REPRESENTAÇÃO EM PERSPECTIVA	
I) 		
II) 		
III) 		
IV) 		

Atividade 2 – Escreva sobre a importância das projeções ortogonais sem e com representação cotada.

ATIVIDADE 3

- Utilizando cubinhos, construa os sólidos representados na Figura 4.
- Quantos cubinhos você utilizou em cada construção?
- Quantos cubinhos ou partes de cubinhos você vê na representação de cada sólido?
- O número de cubinhos que você utilizou na construção de cada sólido é o mesmo que você viu nas representações?
- Você deve ter notado que em cada esquema da Figura 4 existe um cubinho sombreado. Agora, de cada uma das construções que você realizou, retire o cubinho indicado. Observando essas construções, desenhe, sobre a rede pontilhada isométrica, a representação de cada uma delas após a retirada do cubinho.
- Agora, sobre a rede pontilhada quadriculada, desenhe a representação de cada uma dessas construções após a retirada do cubinho.



ATIVIDADE 4

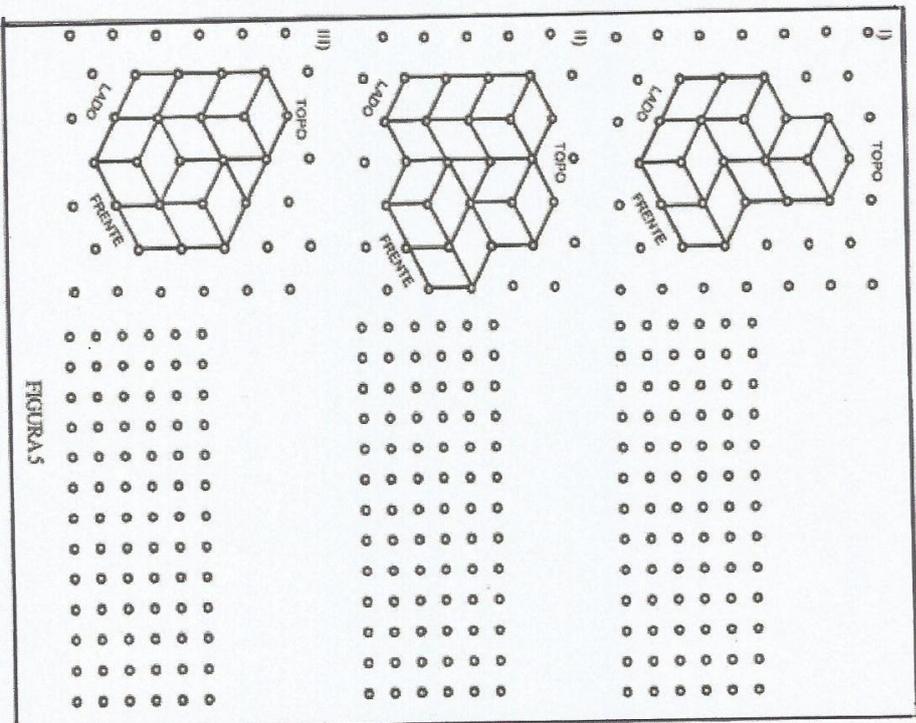
- a) Você seria capaz de representar os sólidos apresentados nas duas atividades anteriores utilizando a representação cotada?
- b) Discuta com seus colegas as vantagens e desvantagens desta forma de se representarem, por meio de desenhos no plano, os sólidos construídos no espaço.

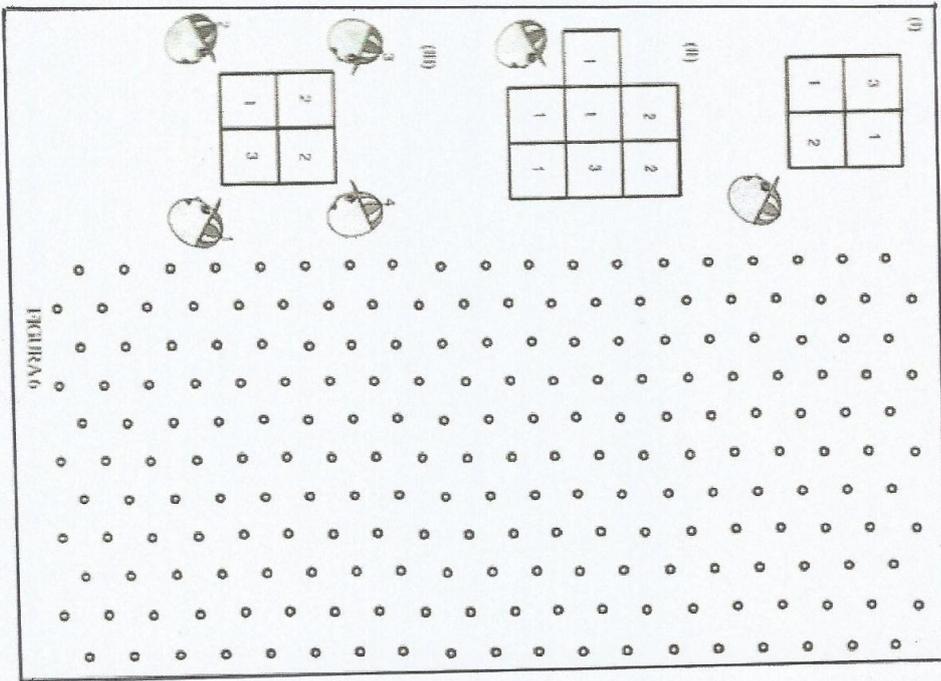
ATIVIDADE 5

- a) Utilizando cubinhos, construa os sólidos representados na Figura 5.
- b) Gire cada um dos sólidos construídos para observar as suas vistas de frente e de lado. Para ficar mais fácil girar o sólido formado pelos cubinhos, cole-os entre si por meio de um pequeno cilindro de fita romada.
- c) Observe a frente de cada sólido, olhe para baixo e observe a vista de topo.
- d) Desenhe as três vistas de cada um dos sólidos sobre a rede pontilhada quadriculada desenhada na Figura 5.

ATIVIDADE 6

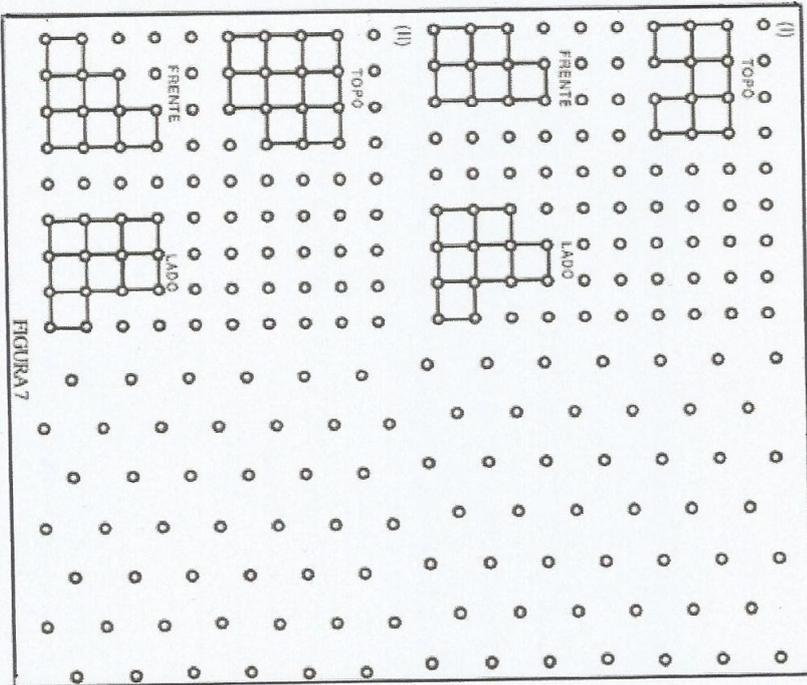
- a) Utilizando cubinhos, construa os sólidos cujas representações cotadas estão desenhadas na Figura 6.
- b) Gire os sólidos (I) e (II) construídos para vê-los do canto indicado. Agora desenhe, sobre a rede pontilhada isométrica, uma representação destes sólidos do ponto de vista de onde você o está observando.
- c) Observe o sólido cuja representação cotada está desenhada na Figura 6 (III), então, tente desenhar, sobre a rede pontilhada isométrica, quatro representações dele quando observado a partir de seus quatro cantos, como indicado.





ATIVIDADE 7

Na Figura 7, estão representados dois sólidos através de suas três vistas. Desenhe, na rede pontilhada isométrica, a representação de cada um desses sólidos, de tal forma que cada desenho o represente do ponto de vista que você o está observando. Se achar necessário, construa os sólidos com os cubinhos.



ANEXO E

Partes do jornal elaboradas por alunos para o trabalho de sociologia

19 de agosto de 2014

JORNAL CAD

ICONHA CULTURA

inadequado de pilhas e baterias de celular usadas além das obrigações estabelecidas pela Política Nacional de Resíduos Sólidos (Lei n.º 12.305/2010).

A parceria para o sucesso do projeto depende da educação ambiental que só ocorre de forma efetiva, permanente e continuada quando integra os diferentes

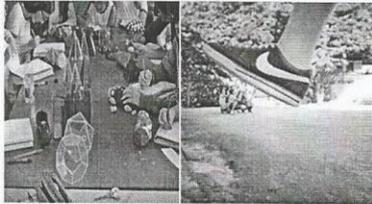
setores do governo e da sociedade, envolvendo toda a população.

A Secretaria Municipal de Meio Ambiente, Turismo e Cultura será a responsável pelo recolhimento das pilhas e baterias depositadas no ecoponto.

Redes sociais ajudam no aprendizado da Matemática em escola de Iconha

Utilizar as mídias sociais como recursos didáticos para complementar as aulas. Essa foi a solução encontrada pela Escola Coronel Antônio Duarte, localizada em Iconha, para facilitar o aprendizado de geometria espacial nas aulas de Matemática. O trabalho é realizado com aproximadamente 100 alunos da 3ª série do ensino médio.

Em sala de aula, tendo a Teoria de Van Hiele como conteúdo abordado, os alunos usaram materiais como fotografias, itens dourados, sólidos geométricos e sabão. Em uma rede social, a professora responsável pela ação, Organdi Mongin Rovetta, criou um grupo no qual os debates sobre a disciplina continuavam e os alunos interagiam no ambiente virtual criando um constante aprendizado.



"A rede social por si só não constitui um recurso inovador, o que torna a sua utilização significativa é a maneira como ela vem sendo agregada às atividades realizadas. A ideia é relacionar esses dois ambientes de aprendizagem, sala de aula e rede social, de forma que um seja o complemento do outro", explica a professora.

Segundo Organdi, a iniciativa permitiu que alunos mais retraídos participassem significativamente. "As aulas diferenciadas que tem como foco a visualização têm sido muito envolvente e participativa. Os alunos desenvolveram hábitos de estudo complementar, fora da sala de aula, que é algo muito importante", ressalta a professora.

Carta ao leitor

Senhores Diretores e Editores,

Ao ler a reportagem "Redes sociais ajudam no aprendizado da Matemática em escola de Iconha" fiquei surpresa e adotei a ideia da professora Organdi Mongin Rovetta.

A professora usa as redes sociais, que nos dias atuais tomam tempo de jovens e adolescentes, para aumentar o aprendizado e ensino dos mesmos. Além de ser criativa a ideia, o ensino estimulam os alunos que conseguem relacionar os estudos em sala de aula e rede social, de forma que um seja o complemento do outro.

Desde já, parablenizo a professora pelas medidas adotadas e aos editores que publicaram a reportagem.

Obrigada pela atenção

19 de agosto de 2014

APÊNDICES

APÊNDICE B

Questionário referente à percepção dos alunos

	[]	
	Aluno:	Série: 3º M__ Data:
	Professora: Organdi Mongin Rovetta	Disciplina: Matemática
Questionário: Percepção dos alunos		

Marque as frases a seguir de acordo com sua opinião.

Atividade	Muito Pouco (a)	Pouco(a)	Regular	Bom /boa	Muito bom/boa
O meu gosto pelas aulas de geometria foi...					
Minha participação em sala de aula foi...					
Minha participação nas atividades do Facebook foi...					
Dessa maneira acho que aprendi geometria...					
A ligação entre atividades na sala de aula e no Facebook foi...					
Minha interação com os colegas através do Facebook foi...					

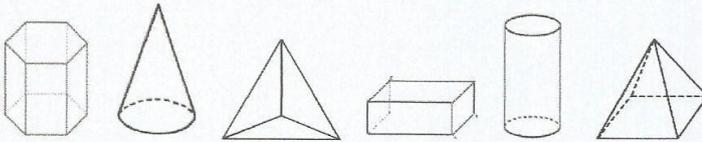
Responda as questões a seguir com muita sinceridade:

- 1) Como você classificaria sua participação nas atividades desenvolvidas no Facebook?
() não participei () insuficiente () regular () satisfatória () ativa/ótima
- 2) O que você achou sobre essa metodologia de aprendizagem integrando sala de aula e a rede social? Explique.
- 3) Qual ambiente você achou mais interessante: sala de aula ou grupo no Facebook? Por quê?
- 4) Dentre as atividades desenvolvidas em sala de aula, qual você achou mais interessante? Por quê?
- 5) Dentre as atividades desenvolvidas no Facebook, qual você achou mais interessante? Por quê?
- 6) Como ocorreu a relação entre a sala de aula e o Facebook?
- 7) Você encontrou alguma dificuldade para a realização das tarefas do Facebook? Quais?
- 8) É do seu interesse continuar sendo membro do grupo para realizar algumas atividades de matemática orientado pela professora Organdi? Por quê?
- 9) O que você destacaria como mais interessante nesse trabalho? Explique.
- 10) Você considera ter aprendido o conteúdo estudado? Cite a parte do conteúdo que melhor aprendeu.
- 11) Como você via a geometria antes de estudá-la da maneira como fizemos? E agora, como você vê a geometria?
- 12) Você deverá completar a frase abaixo e explicar os motivos de sua escolha. SE A GEOMETRIA FOSSE UM BICHO ELA SERIA.....

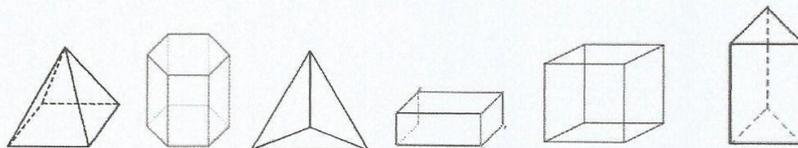
APÊNDICE C
Questionário sobre sólidos geométricos

		
	Aluno: _____	Série: 3º M____ Data: _____
	Professora: Organdi Mongin Rovetta	Disciplina: Matemática
Questionário: Sólidos Geométricos		

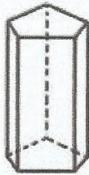
1) Assinale os poliedros



2) Assinale os prismas.



3) Escreva três características do sólido abaixo:



4) Dê exemplo de um poliedro constituído por seis faces.

5) As pirâmides são assim classificadas por apresentar certas características. São elas: (você poderá marcar mais de uma alternativa)

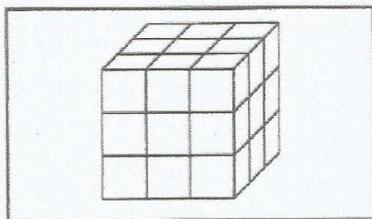
- a) Apresentam duas bases
- b) As faces laterais são triangulares.
- c) O número de faces será sempre igual ao número de arestas.
- d) Apresentam apenas uma base.
- e) São classificadas como poliedros.

6) Sobre os sólidos geométricos, é correto afirmar que: (você poderá marcar mais de uma alternativa).

- a) Todos eles apresentam vértices e arestas.
- b) Os prismas não são poliedros.
- c) O cone é um corpo redondo.
- d) O cubo é um prisma, logo também é um poliedro.
- e) O tetraedro regular é um poliedro.

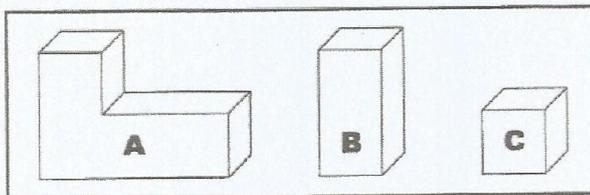
7) Pode-se afirmar que todo cubo é um prisma? Explique.

- 8) Assinale a (s) afirmativa (s) verdadeira (s):
- O tetraedro regular é uma pirâmide.
 - O cone é um poliedro
 - O paralelepípedo é um poliedro.
 - O paralelepípedo é um prisma.
 - O tetraedro regular é um poliedro.
- 9) Determine o número de vértices de um poliedro formado por duas faces hexagonais e seis faces quadrangulares.
- 10) Considere o cubo da figura abaixo construído a partir de cubinhos. Decidiu-se pintá-lo exteriormente de vermelho e a seguir decompô-lo em cubinhos. Pergunta-se:

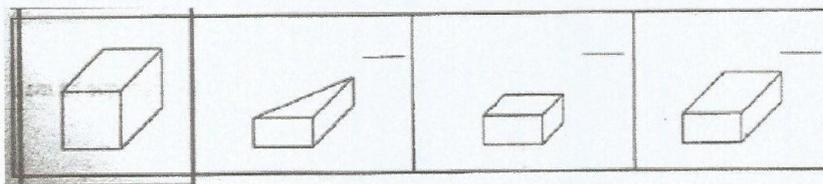


- Quantos cubinhos existem no cubo formado? _____
- Quantos cubinhos ficam com uma única face pintada? _____
- E com duas? _____
- E com três? _____
- E com nenhuma? _____

- 11) Observe os desenhos dos sólidos A, B e C abaixo:



- Quantos Sólidos B são necessários para formar o sólido A? _____
 - Quantos sólidos são necessários C são necessários para formar o sólido A? _____
 - Quantos sólidos C formam o sólido B? _____
 - Se quisermos construir o sólido A usando os blocos B e C, quantos de cada um serão necessários? _____
- 12) Observe o bloco grande da esquerda de cada uma das filas. Quantos blocos da direita, de mesmo formato, são necessários para construir o bloco grande? Escreva sua resposta na linha pontilhada ao lado de cada um dos blocos.

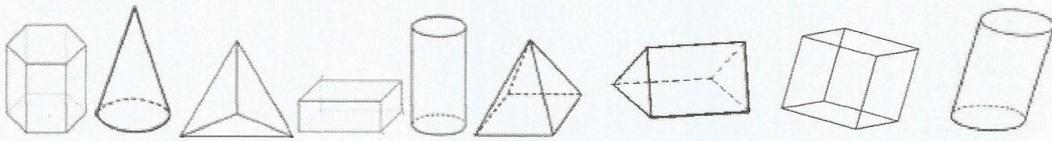


APÊNDICE D

Questionário final sobre sólidos geométricos

	<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 30px; margin-bottom: 5px;"></div>		
	Aluno:	3º M ____	Data: __/__/__
	Professora: Organdi Mongin Rovetta	Disciplina: Matemática	
	Questionário Final		

1) Dado o grupo de sólidos abaixo, identifique com P os prismas e com C os cilindros.



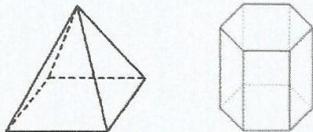
2) Observe o sólido abaixo.



Ele pode ser classificado como:

- a) Prisma de base Hexagonal.
 b) Paralelepípedo
 c) Prisma de base pentagonal
 d) Cilindro
 e) Prisma de base triangular

3) Dados os dois sólidos a seguir, dê duas diferenças entre eles:

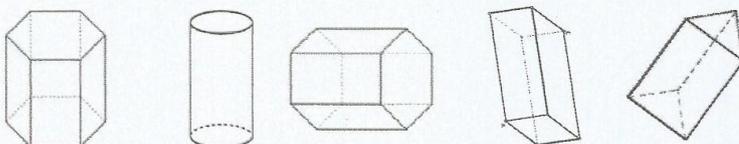


4) Observe os dois sólidos dados. Cite uma semelhança entre eles.

5) Faça o esboço (desenho) de um cubo.



6) Observe as figuras abaixo. Quais delas representam sólidos iguais?

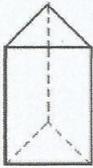


7) Observe as imagens abaixo. Elas fazem você lembrar algum sólido geométrico? Em caso afirmativo, escreva abaixo de cada imagem o sólido que você associou a ela.

CL&S



8) Observe o sólido a seguir:



São propriedades deste sólido: (você poderá marcar mais de uma opção, se achar necessário)

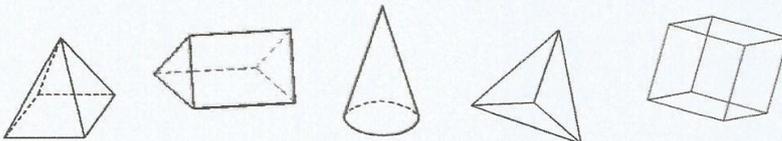
- | | |
|--|--|
| a) Apresenta todas as faces iguais. | d) As bases são constituídas por retângulos. |
| b) As faces laterais são quadrangulares. | e) Apresenta cinco faces e seis vértices. |
| c) Apresenta duas bases. | |

9) Considere o sólido que apresenta as seguintes características: é constituído por apenas uma base; suas superfícies laterais são formadas por triângulos; é constituído por cinco vértices e cinco faces. Esse sólido pode ser classificado como:

- | | |
|--------------------------------|------------------------------|
| a) pirâmide de base pentagonal | d) prisma de base quadrada. |
| b) pirâmide de base quadrada. | e) prisma de base pentagonal |
| c) pirâmide de base triangular | |

10) Considere um cilindro. Identifique pelo menos duas de suas características.

11) Considere o sólido formado por quatro faces triangulares congruentes e quatro vértices. Dentre as imagens abaixo, assinale a que atende a essas características.



12) Considere o sólido com as seguintes características: não é um poliedro, apresenta duas bases, sua superfície lateral planificada é um quadrilátero. Faça o esboço (desenho) desse sólido.

13) Considere um tetraedro regular. É correto afirmar que: (você poderá marcar mais de uma alternativa).

- a) é um prisma
- b) é uma pirâmide
- c) é um poliedro
- d) é um dos poliedros de Platão
- e) não é um poliedro

14) Assinale a (s) afirmativa (s) verdadeira (s):

- a) O tetraedro regular é uma pirâmide.
- b) O cone é um poliedro
- c) O paralelepípedo é um poliedro.
- d) O paralelepípedo é um prisma.
- e) O tetraedro regular é um poliedro

15) Dadas as figuras abaixo, é correto afirmar que: (você poderá marcar mais de uma alternativa)

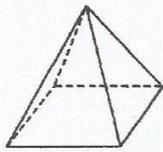


Figura 1

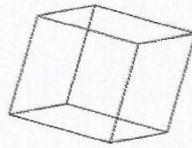


Figura 2

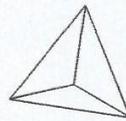


Figura 3

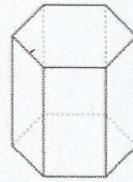


Figura 4



Figura 5

- a) As figuras 1 e 2 são prismas.
- b) As figuras 1 e 3 são pirâmides e também poliedros.
- c) As figuras 2 e 3 são sólidos Platônicos e também poliedros.
- d) As figuras 1 e 5 são pirâmides.
- e) A figura 4 é um prisma, mas não é um poliedro.